

UNIVERZITET CRNE GORE  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET PODGORICA

**Danilo Janković**

**PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U  
DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I  
PPG SIGNALA**

**MAGISTARSKI RAD**

Podgorica, 2022.

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA  
PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANTU

Ime i prezime Danilo Janković  
Datum i mjesto rođenja 28.05.1993., Podgorica  
Naziv završenog osnovnog studijskog programa i godina završetka studija Elektrotehnički fakultet, studijski program Elektronika, telekomunikacije i računari, 2015

INFORMACIJE O MAGISTARSKOM RADU

Naziv postdiplomskog studija: Elektronika, modul Medicinska elektronika  
Naslov rada: Primjena Hilbertove transformacije u detekciji karakterističnih tačaka EKG i PPG signala  
Fakultet na kome je rad odbranjen: Elektrotehnički fakultet, Podgorica

UDK, OCJENA I ODBRANA MAGISTARSKOG RADA

UDK:

Datum prijave magistarskog rada 11.01.2021.  
Datum sjednice Vijeća univerzitetske jedinice na kojoj je prihvaćena tema: 07.09.2021.  
Komisija za ocjenu teme i podobnosti magistranda: Prof. dr Ljilja Musić, predsjednik komisije  
Prof. dr Radovan Stojanović, član  
Doc. dr Anđela Draganić, član  
Mentor: Prof. dr Radovan Stojanović  
Komisija za ocjenu magistarskog rada: Prof. dr Ljilja Musić, predsjednik komisije  
Prof. dr Radovan Stojanović, član  
Doc. dr Anđela Draganić, član  
Komisija za odbranu rada: Prof. dr Ljilja Musić, predsjednik komisije  
Prof. dr Radovan Stojanović, član  
Prof. dr Anđela Draganić, član  
Datum odbrane: 07.03.2022.  
Datum promocije:

# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

## Sažetak

*Zdravlje predstavlja najvažniji segment svakog ljudskog bića. Uzimajući ovu činjenicu u obzir, javlja se potreba za otkrivanjem i pronalaženjem pouzdanih metoda za određivanje stanja čovječjeg organizma. Ubrzani razvoj tehničkih nauka, prvenstveno obrade signala i elektronike, doprinosi njihovoj sve većoj primjeni u dijagnostici i prevenciji bolesti ljudskog organizma. Kada govorimo o digitalnoj obradi signala, tu prije svega mislimo na biomedicinske signale, kao i na različite algoritme i transformacije istih u cilju što uspješnije analize.*

*U tom smislu, u ovom radu je predstavljen algoritam primjene Hilbert-ove transformacije za detekciju karakterističnih tačaka (pulsnih maksimuma) EKG i PPG signala u cilju izračunavanja IBI (eng. Inter Beat Interval – IBI) raspodjele, odnosno vremenske razlike između dva susjedna R (P) peak-a, kao i broja otkucaja po minuti (eng. Beats Per Minute – BPM). Hilbertova transformacija se pokazala kao jedan od moćnijih alata upravo u obradi biomedicinskih signala. Cilj digitalne obrade pomoću Hilbertove transformacije jeste pouzdana i precizna detekcija karakterističnih tačaka.*

*Izvršeno je upoređivanje IBI raspodjele i BPM parametra dobijenih pomoću pomenutog algoritma primijenjenog na EKG i PPG signale sa njihovim referentnim vrijednostima. Visoku korelaciju između IBI raspodjele i BPM vrijednosti dobijenih pomoću Hilbert-ove transformacije i onih dobijenih korišćenjem referentnih vrijednosti pulsni maksimuma EKG i PPG signala potvrđuju rezultati simulacija u MATLAB-u. Pri upoređivanju, kao parametri za stepen uspješnosti predloženog algoritma korišćeni su: senzitivnost (eng. sensitivity - Se), pozitivna predvidljivost (eng. positive predictivity - +P), stepen detekcione greške (eng. detection error rate - DER), zatim parametar preciznosti (eng. Accuracy - Acc), kao i indeks uspješnosti (eng. F-score).*

*Primjenom Hilbertove transformacije na EKG i PPG signale omogućena je precizna detekcija karakterističnih tačaka kod pomenutih signala sa visokim stepenom tačnosti, kao i minimiziranom pojavom greške, što pokazuje da ovaj pristup daje dobre rezultate u odnosu na druge algoritme i metode.*

**Ključne riječi:** Hilbert-ova transformacija, EKG signal, PPG signal, Heart Rate, BPM

## Abstract

*Health is the most important segment of every human being. Taking this fact into account, there is a need to discover and find reliable methods for determining the state of the human organism. The accelerated development of technical sciences, primarily signal processing and electronics, contributes to their increasing application in the diagnosis and prevention of diseases of the human body. Related to digital signal processing, we primarily mean biomedical signals, as well as various algorithms and their transformations for the purpose of successful analysis.*

*This paper presents an algorithm which involves the Hilbert transformation for detection of characteristic points (pulse maxima) of ECG and PPG signals in order to calculate the IBI (Inter Beat Interval) distribution, i.e. time differences between two adjacent R (P) peaks, as well as BPM (Beats Per Minute). Hilbert transformation proved to be one of the most powerful tools in the processing of biomedical signals. The goal of digital processing using the Hilbert transformation is reliable and accurate detection of the characteristic points.*

*The comparison between IBI distribution and BPM values obtained by the above mentioned algorithm applied to ECG and PPG signals and their reference values was performed. The high*

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

*correlation between the IBI distribution and the BPM values obtained by the Hilbert transformation and those obtained using the reference values of pulse maxima of ECG and PPG signals is confirmed by the results of simulations in MATLAB. During comparison, in order to demonstrate performance of the proposed algorithm, the following parameters were used: sensitivity (Se), positive predictability (+P), detection error rate (DER), accuracy parameter (Acc), as well as performance index (F-score).*

*The application of Hilbert transformation to ECG and PPG signals enables precise detection of characteristic points in the mentioned signals with a high degree of accuracy, as well as minimized error, which shows that this approach gives good results compared to other algorithms and methods.*

**Key words:** *Hilbert* transformation, ECG signal, PPG signal, Heart Rate, BPM

## SADRŽAJ

Uvod .....	1
<b>1. SIGNALI. BIOMEDICINSKI SIGNALI .....</b>	<b>3</b>
1.1. Pojam signala i sistema. Signali u biomedicini .....	3
1.2. Najznačajniji signali u organizmu .....	5
1.3. Prikupljanje i analiza signala .....	9
<b>2. EKG I PPG SIGNAL. POJAMI I KARAKTERISTIKE .....</b>	<b>12</b>
2.1. EKG signal. Karakteristike EKG signala .....	12
2.2. PPG signal. Karakteristike PPG signala .....	16
2.3. HR analiza kod EKG i PPG signala .....	19
<b>3. HILBERT-OVA TRANSFORMACIJA .....</b>	<b>22</b>
3.1. Obrada signala u biomedicini .....	22
3.2. <i>Hilbert</i> -ova transformacija .....	31
3.2.1. Definicija <i>Hilbert</i> -ove transformacije .....	31
3.2.2. Osnovne osobine <i>Hilbert</i> -ove transformacije .....	32
3.2.3. Značaj i primjena u analizi biomedicinskih signala .....	33
<b>4. PREDLOŽENI ALGORITAM ZA DETEKCIJU KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA .....</b>	<b>46</b>
4.1. Predobrada ( <i>preprocessing</i> ) signala .....	46
4.1.1. Linearno digitalno filtriranje .....	46
4.1.2. <i>Shannon</i> -ova energija i njena primjena .....	50
4.2. Detekcija <i>peak</i> -ova EKG i PPG signala pomoću <i>Hilbert</i> -ove transformacije .....	53
4.3. Statistička analiza predloženog algoritma .....	63
<b>5. REZULTATI TESTIRANJA .....</b>	<b>66</b>
5.1. Eksperimentalni set .....	66
5.2. Rezultati simulacija korišćenjem predloženog algoritma .....	68
5.3. Poređenje u odnosu na ostale algoritme .....	73
<b>Zaključak .....</b>	<b>75</b>
<b>Budući rad .....</b>	<b>75</b>

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

**Literatura** .....76

**Spisak tabela i slika** .....80

# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

## Uvod

Ljudski organizam je složeni integrisani sistem u kome srce stvara potisnu silu koja uz dodatnu aktivnost glatkih mišića u zidovima arterija i arteriola obezbjeđuje protok krvi do najudaljenijih ćelija. Na tom putu krv se u renalnom (bubrežnom) sistemu filtrira, dok urinarni sistem omogućuje eliminaciju urina iz organizma. Krv teče kroz kapilare koji su u kontaktu sa alveolama u plućima u kojima je vazduh, a kao posljedica osmotskog pritiska dolazi do razmjene gasova iz krvi sa vazduhom koji je u pluća stigao kroz usta i nos. Pluća mijenjaju svoju zapreminu (udisanje i izdisanje) pod dejstvom sile koju generiše dijafragma i interkostalni mišići, a gas teče kroz traheju (dušnik), grlo i nos i usta. Ljudski organizam generiše energiju koja održava temperaturu tijela oko 36.5 °C, ali ta temperatura nije na svim mjestima površine ista. Krv u kapilarima digestivnog sistema omogućuje varenje, tj. prelazak energetske bogatih supstanci i minerala u ćelije preko međucelijske tečnosti. Strukturu i oblik tijela daje skeletni sistem, a pomjeranja i ravnoteža su vođeni mišićnim silama koje nastaju aktivacijom koju generiše nervni sistem. Ukratko, fizičke veličine su reprezentivni stanja pojedinih sistema u organizmu. Te fizičke veličine se mogu kvantifikovati.

Savremena medicina (eng. *Evidence based medicine*) počiva na precizno procijenjenim veličinama koje karakterišu stanje i procese u organizmu. Mjerenje pritiska i brzine protoka krvi omogućuje praćenje stanja kardiovaskularnog sistema. Mjerenje parcijalnog pritiska gasova omogućuje praćenje metaboličkih funkcija i acidobaze. Mjerenje kapaciteta pluća, brzine protoka gasa pri disanju kao i ritmičnost disanja omogućuju dijagnostiku respiratornog sistema. Medicinska slika omogućuje posmatranje položaja i veličine pojedinih organa, ali omogućava i praćenje određenih funkcija. Medicinska slika koja koristi ultrazvuk omogućuje praćenje fetusa u toku trudnoće. Ona takođe može precizno locirati malignitet.

Razvoj elektronskih komponenti i mogućnost akvizicije električnih signala primjenom računara su omogućili da instrumentacija i metode mjerenja postanu pouzdane i ponovljive. Računarski sistemi mogu prikazati rezultate mjerenja na način koji je prihvatljiv medicinskim ekspertima, zatim ih mogu memorisati u sistem koji omogućuje pacijentu i ljekaru da pristupe podacima na udaljenom mjestu, kao i da pogledaju rezultate koji su snimljeni u ranijim stanjima organizma. Ovaj telemedicinski pristup je od posebnog značaja u svijetu u kome migracije ljudi postaju svakodnevnice i u kome postoji veliki broj informacija o stanju organizma.

Da bi se iskoristile mogućnosti metoda i instrumentacije za mjerenje električnih signala potrebno je na ulaz povezati pretvarač u električni signal. Često se za pretvarače koristi termin senzori.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

Prikaz i memorisanje se vrši pomoću računara opšte namjene sa programerskom podrškom koja je prilagođena mjerenju. U mnogim slučajevima se računari opšte namjene zamjenjuju uređajima kao što su mobilni telefoni ili drugi mikroračunari sa bežičnom komunikacijom.

S obzirom da pretvarači registruju biološke signale i u kontaktu su sa ispitanikom (pacijentom) pri izboru mora se voditi računa i o biokompatibilnosti i minimalnoj invazivnosti. Mehanizmi pretvaranja i ograničenja pretvarača neelektrične veličine (sila, pritisak, pomjeraj, brzina, ubrzanje, temperatura, energija zračenja, kisjelost i slično) u električnu veličinu (napon, struja i slično) moraju da budu prilagođeni dinamičkom opsegu biološke veličine koja se mjeri.

Razvoju pretvarača za medicinske primjene doprinose u ovom trenutku dva pravca tehnike i istraživanja:

- 1) mikro i nano-tehnologije koje su zasnovane na minijaturizaciji i integraciji novootkrivenih fizičko-hemijskih fenomena na mikro i nano nivou i
- 2) nova saznanja u domenu medicine o funkcionisanju organizma.

Nove tehnologije su rezultat mikro-elektro mašinstva (MEMS) koji omogućuje minijaturizaciju, ali još više primjenu principa koji su karakteristični za mikro ali ne i za makro nivo. [1]

Veoma važan segment u procesu analize biomedicinskih signala jeste sama njihova digitalna obrada koršćenjem određenih tehnika i transformacija i to će biti predmet ovog rada.



## 1. SIGNALI. BIOMEDICINSKI SIGNALI

### 1.1. Pojam signala i sistema. Signali u biomedicini

Matematički gledano, signal je funkcija koja zavisi od jedne ili više nezavisno promjenljivih. Na osnovu ove prilično široke definicije praktično svaka promjena, odnosno svaka veličina koja se mijenja u prostoru ili vremenu se može smatrati signalom. Govorni signal (promjena amplitude i frekvencije sa vremenom) se može predstaviti kao funkcija od jedne (1D) nezavisno promjenljive: vremena, dok se recimo signal dobijen obradom slike može predstaviti kao funkcija dvije (2D) promjenljive: dvije prostorne koordinate (promjena inteziteta osvjetljenja pojedinačnog piksela u ravni u slučaju monohromatske slike), zatim video signal se može tretirati kao funkcija tri (3D) nezavisno promjenljive: dvije prostorne koordinate i vremena, itd.

Fizički gledano, signal se može posmatrati kao veličina koja dolazi iz nekog izvora energije ili, drugačije rečeno, promjena energije nekog sistema ili njegovog dijela.

U oba slučaja osnovni značaj signala je u informaciji koju signal sadrži. U ovom kontekstu u teoriji signala i sistema usvojena je definicija koja kaže da je signal vremenski ili prostorno promjenljiv fizički fenomen koji nosi neku informaciju.

Pod signalima koji su od značaja u biomedicini posmatramo dvije klase: biomedicinske signale koji potiču od organizma i signale koje generišu primijenjeni uređaji. Biomedicinski signali podrazumijevaju sve ulaze i izlaze, kao i unutrašnje funkcije koje biološki sistemi obrađuju ili proizvode, kao što su: napon, pritisak, pomjeraj, temperatura, koncentracija hemijskih supstanci itd. Ovoj klasi pripadaju signali moždane električne aktivnosti (EEG, MEG), mišićne aktivnosti (EMG), itd. Drugoj klasi signala pripadaju signali koji nastaju kao rezultat primjene uređaja koji se koriste za različita mjerenja radi procjene stanja pacijenta kao što su: signali sa mjerne platforme (eng. *force plate*) kojima se procjenjuje balans, snimci sa kamera kojima se prate parametri hoda, sila mjerena dinamometrom pri stisku šake, itd.

Naglasak na informaciju koju sadrži signal je bitan jer postoje i promjenljivi fizički fenomeni koji ne nose korisnu i upotrebljivu informaciju. Ovakvi fenomeni se zovu šumovi odnosno poremećaji. Šum je nepoželjna pojava jer pored toga što ne nosi nikakvu informaciju često utiče na posmatrani signal i "zamagljuje" informaciju koju taj signal nosi. Eliminacija ovog fenomena je moguća i sprovodi se obradom signala.

Pri posmatranju nekog fizičkog fenomena o kome se želi dobiti informacija veoma često se koriste mjerni instrumenti koji informaciju o nekoj fizičkoj veličini pretvaraju u električni signal (napon, struju i slično). Osnovni razlog je to što su mjerenja električnih veličina pouzdana i tehnološki usavršena, a iste su idealne za obradu i memorisanje primjenjujući računarske sisteme.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

Neophodno je objasniti ukratko šta podrazumijevamo pod pojmom sistem. Sistem je skup međusobno povezanih elemenata koji djeluju kao jedna cjelina. Kada je pobuđen nekim signalom (pobuda) na svom ulazu sistem će proizvesti odgovarajući signal (odziv) na svom izlazu. Sistem može biti mehanički, električni, biološki, ekonomski, ekološki, a često i kombinovan. Od trenutka kada je nastala ćelijska membrana (polupropustljiva opna koja odvaja dvije cjeline) stvorio se kroz proces samo-organizacije veoma složen sistem koji integriše više manjih sistema. Evolucija je koristeći mitozu (dijeljenje) doprinijela da od jedne ćelije ljudski organizam danas integriše različite cjeline u okviru skeletnog, mišićnog, nervnog, vaskularnog, respiratornog, digestivnog, endokrinog, reproduktivnog, imunog sistema čije je djelovanje potpuno različito u najvećem broju slučajeva od sistema koje je čovjek napravio. Postoje i vještački, namjenski projektovani sistemi koji imaju cilj da obezbijede određenu funkciju (npr. električni stimulator sa elektrodama za aktivaciju mišića).

Jedna kategorija vještačkih sistema omogućava obradu signala. Ovi sistemi, u opštem slučaju, omogućavaju transformaciju jednog signala (ulaznog) u drugi, pogodniji ili poželjniji (izlazni) signal. Signal se u sistemu može obrađivati kako bi se iz njega izvukla posebna informacija i predstavila na način adekvatan za interpretaciju, dalju analizu i sl. Obrada signala može imati i za cilj da se na izlazu iz sistema dobije neki fizički efekat npr. generisanje radio signala ili pak neka funkcija aktivacije (npr. prekidanje strujnog kola ili zatvaranje nekog ventila). Korišćenjem informacija dobijenih obradom signala mogu se predvidjeti neki fenomeni koji će se pojaviti u budućnosti. Pored toga, obradom se signal može transformisati u oblik pogodniji za prenos na daljinu. Sistemi za obradu signala često primarno analogno obrađuju fizički signal (pojačanje signala, kašnjenje, prekidanje, itd.) pa zatim taj obrađeni signal pretvaraju u digitalnu formu. Dio obrade signala uključuje i digitalno procesiranje koje danas postaje sve značajnije zbog napretka računarstva i elektronskih komponenti koje pretvaraju analogni u digitalni oblik signala.

Ovdje je takođe potrebno objasniti šta je to matematički model sistema ili signala. Iako su sistemi i signali, generalno, izuzetno raznovrsni pokazalo se da svi oni imaju neke zajedničke karakteristike i da se mogu, barem u izvjesnoj mjeri, tretirati istim matematičkim aparatom tj. analizirati korišćenjem iste metodologije. U osnovi analize i sinteze signala i sistema leži njihovo predstavljanje pomoću odgovarajućih jednačina, odnosno formiranje matematičkih modela sistema.

Možemo reći da je matematički model sistema skup jednačina koje opisuju fizički fenomen tako da se na osnovu poznavanja nezavisno promjenjivih mogu procijeniti vrijednosti signala, odnosno veličine koja je odabrana da reprezentuje taj signal. Na ovom mjestu ćemo samo pomenuti da je razvoj vještačke inteligencije i mašinskog učenja (npr. vještačke neuralne mreže) doprinio da se neki procesi koji karakterišu sistem modeliraju primjenjujući tzv. *black-box* model. Ovaj tip modela nije baziran na fizičkom procesu već na utvrđivanju logičke mreže koja, podešavanjem težinske vrijednosti pojedinih djelova mreže, dobija oblik koji povezuje ulazne i izlazne podatke sa velikom vjerovatnoćom, tj. minimalnom entropijom.

Treba voditi računa da je matematički model uvijek samo aproksimacija (manje ili više tačna) realnog fizičkog signala odnosno sistema. Ovo znači da se i rezultati analize moraju kritički posmatrati, te da se stalno mora voditi računa o odnosu teorijskih rezultata i fizičke realnosti.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

U zavisnosti od vrste signala, matematička funkcija kojom se on modeluje može imati jednu ili više nezavisno promjenljivih. Kod jedne široke klase 1D signala ta nezavisno promjenljiva je vrijeme. U ovom slučaju signal se modeluje pomoću diferencijalnih (kontinualni signali) ili diferencnih jednačina (diskretni signali). Često je pogodno, sa stanovišta analize ili sinteze, da se vremenski zavisne funkcije koje opisuju signal odnosno sistem odgovarajućim transformacijama prevedu u domen neke druge nezavisno promjenljive veličine. Otuda se signali i sistemi modeluju i analiziraju u vremenskom, frekvencijskom ili kompleksnom domenu. Moderne, napredne metode omogućavaju i analizu signala u npr. vremensko-frekvencijskom domenu (*wavelet* analiza).

Bitno je napomenuti, radi konceptualnog razumijevanja, da se proces obrade signala odvija na apstraktnim reprezentacijama fizičkih veličina a ne na samim tim veličinama. Takođe, i sam izbor tipa apstraktne reprezentacije datog fizičkog fenomena određuje prirodu elemenata za obradu signala. Na primjer, signal koji nosi informaciju o temperaturi koja se mjeri termistorom će biti predstavljen promjenom generisanog napona i u ovom slučaju će element za primarnu obradu signala biti neki operacioni pojačavač realizovan pomoću analognih elektronskih sklopova.

Obrada signala podrazumijeva analognu i digitalnu obradu signala. Pod analognom obradom signala se podrazumijeva obrada signala pomoću elektronskih kola dok se digitalna obrada signala odvija pomoću računara. Većina signala u prirodi ali i većina vještački proizvedenih signala je analognog oblika. Analogni signal je opisan sa beskonačno mnogo izmjerenih vrijednosti i kao takav ne može da se podvrgne digitalnoj obradi zbog ograničenja memorije računara. Zbog toga se analogni signali prvo, po odgovarajućim pravilima, konvertuju u digitalne signale primjenom analogno-digitalnih konvertora (ADC). Nad digitalnim signalima se obavlja sva potrebna obrada, a potom se, prema potrebi, opet vraćaju u analogni oblik primjenom digitalno-analognih konvertora (DAC).

Analiza signala od interesa za biomedicinu se bavi akvizicijom i obradom signala u kojima su sadržane informacije koje potiču od živih sistema, odnosno čovjekovog organizma. Ovi signali pružaju važne informacije o odzivu bioloških sistema i nezaobilazan su dio savremene medicinske dijagnostičke prakse.

Veoma je važna primjena neinvazivnih ili minimalno invanzivnih medicinskih mjernih procedura. Ovo postavlja dodatne zahtjeve za preciznim poznavanjem zasebnih osobina biomedicinskih signala radi njihovog adekvatnog razlaganja i pravilnog tumačenja. Takođe, od posebnog značaja je strogo poštovanje etičkih principa koji su precizno definisani u medicini.

Povećan zahtjev za dugoročnim prećenjem stanja pacijenta nameće potrebu za stalnim protokom informacija koji je ograničen efikasnošću njihovog skladištenja, odnosno kompresije. Savremene metode obrade signala omogućavaju razlaganje i prenos velike količine važnih informacija uz sve veće smanjenje vremenskog kašnjenja. Ovakav tretman omogućava napredak medicinske tehnologije ka projektovanju sistema daljinske dijagnostike i telemedicine.[2]-[7]

### 1.2. Najznačajniji signali u organizmu

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

Biomedicinski signali ili biosignali su prostorni, vremenski ili prostorno-vremenski zapisi bioloških pojava kao što su npr. moždana aktivnost ili aktivnost mišića. Biosignali sadrže informacije koje su od velikog značaja za razumijevanje fizioloških mehanizama specifičnih bioloških pojava ili sistema od kojih potiču.

Signali koji potiču od čovjekovog organizma pružaju važne informacije o stanju unutrašnjih organa, odzivu na spoljašnje stimuluse, opštoj kondiciji, ukupnom zdravstvenom stanju i raznim drugim parametrima i nezaobilazan su dio savremene medicinske dijagnostičke prakse.

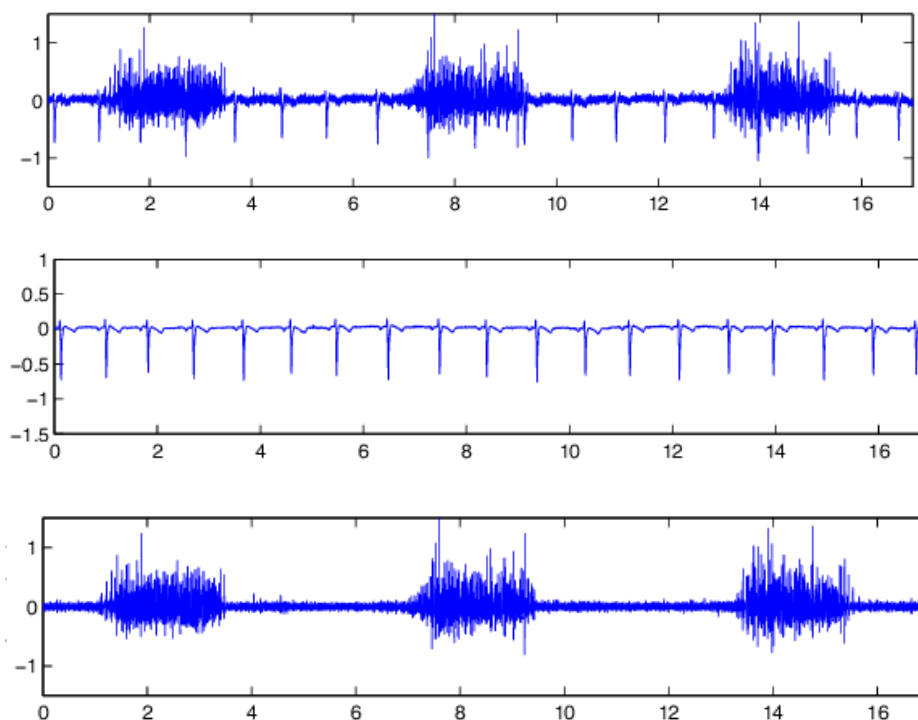
Signali koji nastaju kao rezultat dejstva uređaja na organizam ili oni koji nastaju usljed obavljanja određenih akcija tijelom i unutar tijela mogu da se koriste i kao elementi povratne sprege za kontrolu vještačkih organa (npr. kontrola mioelektrične proteze šake kontrakcijama očuvanih mišića podlaktice), *biofeedback*, i slično.

Na osnovu porijekla signali se mogu podijeliti u sljedeće grupe:

- *bioelektrični signali*. Nervne ćelije, kao i mišićne, generišu bioelektrične signale koji su rezultat elektrohemijskih procesa unutar i između ćelija. Ukoliko je nervna ili mišićna ćelija dovoljno eksitovana javiće se akcioni potencijal (privremena promjena polariteta unutrašnjosti ćelije u odnosu na ekstracelularnu tečnost), a to se može registrovati mjerenjem napona u opsegu od nekoliko  $\mu V$  do desetak  $mV$  (u zavisnosti od mjesta i načina mjerenja), te u frekvencijskom opsegu od  $0 Hz$  (konstantni bioelektrični signali) do nekoliko  $kHz$ . Akcioni potencijal je posljedica protoka jona kroz ćelijsku membranu i javlja se prvo na mjestu eksitacije, a zatim se pomjera duž ćelije. Promjena napona unutrašnjosti ćelije u odnosu na ekstracelularnu tečnost je reda  $80 mV$ , i može se izmjeriti primjenom intracelularne elektrode. Akcioni potencijal pojedine ćelije generiše promjene električnog polja u tkivu, pa se može izmjeriti i van ćelije, ali je u tom slučaju u već pomenutom opsegu od nekoliko  $\mu V$  do nekoliko  $mV$ . S obzirom da je pri eksitaciji aktiviran veliki broj ćelija, mjerenje daje algebarski zbir promjena potencijala na mjernim mjestima. Ove promjene mogu se izmjeriti na površini tijela ili organa primjenjujući površinske ili implantibilne elektrode. Signal pri prolasku kroz tkivo slabi, pa je zato važno kako i gdje se postavljaju mjerne elektrode. Najznačajniji bioelektrični signali potiču od srca (elektrokardiografija - EKG), mozga (elektroencefalografija – EEG), perifernih nerava (elektroneurografija – ENG) i mišića (elektromiografija – EMG). Obrada EMG signala kontaminiranog sa EKG signalom je prikazan na slici ispod.

**Slika 1.2.1.** EMG signal kontaminiran EKG signalom (grafik na vrhu), EKG šum (grafik u sredini) i filtrirani EMG signal (grafik na dnu).

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



**Izvor:** [https://www.researchgate.net/figure/a-Clean-EMG-b-ECG-artifact-and-c-EMG-with-added-ECG\\_fig1\\_273629714](https://www.researchgate.net/figure/a-Clean-EMG-b-ECG-artifact-and-c-EMG-with-added-ECG_fig1_273629714)

- *biomagnetni signali*. Potiču od istih izvora kao i bioelektrični signali. Bioelektrične struje koje nastaju prilikom protoka jona kroz ćelijsku membranu u okolini generišu mala magnetna polja (indukcije reda  $B = 10^{-15} T$ ). Ova polja se mogu mjeriti veoma osjetljivim magnetometrima u okolini tijela SQUID tehnologijom (eng. *superconducting quantum interference device* - SQUID). Primjenom ove tehnologije je moguće direktno pratiti magnetnu aktivnost mozga (MEG – magnetoencefalografija), gastrointestinalnog trakta (MGG – magnetogastrografija) i srca (MCG – magnetokardiografija).
- *biomehanički signali*. Biomehanički signali potiču od interakcije podsistema u organizmu ili cjelokupnog organizma i okoline. Karakteristične veličine od interesa su sila podloge (eng. *Ground Reaction Force*) koja potiče od gravitacije pri stajanju ili hod, uglovi između segmenata ekstremiteta pri pokretima, pozicija i orijentacija pojedinih djelova organizma i slično. Ne treba zaboraviti da često u recimo rehabilitaciji postoji potreba za mjerenjem veoma malih pomjeranja kao što su pomjeranja unutar zglobova ili npr. promjena dužine mišića pri kontakciji. Za ovakva mjerenja na izvoru biomehaničkog signala su neophodni minijaturni, minimalno invazivni senzori. Brzi razvoj tehnologije mikromašinstva (MEMS i MOEMS) kao i nanotehnologije (pretvarača koji koriste kvantno mehaničke efekte) doprinosi unapređenju mjernih metoda te olakšava dijagnostiku i terapiju, posebno u integrisanom obliku sa sistemima za bežični prenos informacija.
- *slika*. Pod pojmom slike u biomedicini ćemo podrazumijevati dvije vrste signala: medicinsku sliku i sliku dobijenu sa kamera za analizu pokreta. Medicinska slika omogućava neinvazivnu ili malo – invazivnu dijagnostiku anatomskih i fizioloških

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

promjena u organizmu bilježenjem i prikazivanjem signala koji nastaju kao rezultat zračenja koje potiče od: samog organizma (termografija), zračenja supstance koja je ubačena u organizam (scintigrafija - SPECT, pozitronska emisijska tomografija – PET), relaksacionih procesa pobuđenih nukleusa vodonika (nuklearna magnetna rezonanca – NMR ili eng. MRI) ili procijenjene apsorpcije/transmisije/refleksije tkiva (rendgenska slika, kompjuterska tomografija – CT, ultrazvuk, infracrvena refleksija - NIRS). Sistemi kamera za analizu pokreta obično podrazumijevaju primjenu seta kamera koje se postavljaju na mjesta pogodna za posmatranje (npr. uglovi prostorije u kojoj se kreće ispitanik) i niza markera koji se postavljaju na djelove ispitanika (npr. *Vicon Motion System Ltd*). Kamere bilježe položaje markera u prostoru i vremenu, a na osnovu modela softverski se dobijaju trajektorije djelova tijela, relativne ugaone promjene između segmenata i absolutni uglovi u odnosu na referentni sistem. Veći broj kamera je poželjan radi eliminacije problema gubljenja markera iz vidnog polja pojedine kamere prilikom pokreta. Postoje sistemi kamera uz koje nije neophodna upotreba markera (npr. *Microsoft Kinect*).

- *biompedansa*. Mjerenjem impedanse između pojedinih tačaka na tijelu dobijamo važne informacije o karakteristikama tkiva. Bioimpedansu određujemo kao odnos amplitude napona i struje i fazne razlike napona i struje između dvije odabrane tačke na tijelu. Pri ovome spolja generisana prostoperiodična struja sa učestanostima od nekoliko *Hz* do *1 MHz* ima mali intenzitet ( $\approx \mu A$ ) kako bi se izbjegli bilo kakvi negativni efekti na tkivo. Primjer ovakvog signala je galvanski refleks (eng. *galvanic skin reflex – GSR*) koji se primjenjuje kao pokazatelj nivoa uzbuđenosti.
- *bioakustički signal*. Bioakustični signali su jedna vrsta biomehaničkih signala. Npr. protok krvi u srcu kroz zaliske ili kroz krvne sudove stvara karakterističan zvuk koji se koristi za dijagnostiku. Protok vazduha kroz disajne organe takođe generiše zvuk (kašljanje, hrkanje, itd.). Zvuk se takođe generiše u digestivnom traktu i zglobovima, a poznato je i da kontrakcija mišića proizvodi zvučne signale koji se još nazivaju i mišićni šumovi. Pošto se akustični signali propagiraju kroz biološke sisteme, bioakustički signali mogu da se mjere na površini tijela konvencionalnim pretvaračima (npr. mikrofoni). Ultrazvuk pripada klasi zvučnih signala u biomedicini, ali ne potiče od organizma već se formira i mjeri van tijela, a nakon obrade izmjerenih signala omogućava vizuelni prikaz strukture organizma.
- *biohemijski signali*. Biohemijski signali sadrže informaciju o promjenama koncentracija raznih hemijskih agenasa u tijelu. Koncentracija različitih jona (kao što su natrijum i kalijum) u ćelijama se može izmjeriti i snimiti posebnim elektrodama. Često se mjere promjene parcijalnog pritiska kiseonika ( $pO_2$ ) i ugljendioksida ( $pCO_2$ ) u respiratornom sistemu ili krvi. Biohemijski signali se mogu koristiti u razne svrhe: utvrđivanje nivoa glukoze, laktata i metabolita, kao i za dobijanje informacija o funkciji raznih fizioloških sistema. Biohemijski signali su vrlo niskih učestanosti, pa većina njih može da se tretira kao da su nepromjenjivi.
- *biooptički signali*. Biooptički signali su rezultat optičkih pojava koje se javljaju u organizmu, a nastaju prirodno ili su indukovani mjernim uređajem. Npr. nivo kiseonika u krvi može da se odredi poređenjem količine apsorbovane crvene ili infracrvene svjetlosti pri polasku kroz tkivo. Razvoj optičkih kablova i prateće tehnologije je omogućio široku primjenu biooptičkih signala. Jedan primjer biooptičkog uređaja prikazan je na slici 1.2.2.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

Terapijski uređaji koriste pojedine oblike energije i uz odgovarajući interfejs tu energiju prenose organizmu u obliku koji se može predstaviti signalima definisane amplitude, trajanja, frekvencije, itd. Primjena npr. električne stimulacije, magnetne stimulacije, zračenja ili sličnih postupaka utiče na funkcionisanje sistema u organizmu.

**Slika 1.2.2.** Mjerenje zasićenosti krvi kiseonikom pomoću pulsnog oksimetra.



**Izvor:** <https://theprint.in/health/why-the-small-pulse-oximeter-is-becoming-a-major-tool-for-doctors-in-covid-19-crisis/414646/>

### 1.3. Prikupljanje i analiza signala

Biomedicinski signali se mogu posmatrati na dva načina: subjektivno i trenutno (stetoskop kojim se oslušuju otkucaji srca) ili koristeći pretvarač i mjerni uređaj koji memoriše signale (npr. EEG). U daljem tekstu ćemo se baviti prije svega uređajima koji mjere električne veličine i poslije obrade ih memorišu.

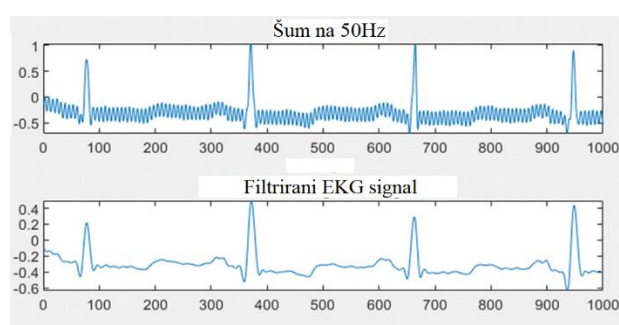
Prvi element u svakom uređaju za prikupljanje signala je pretvarač koji pretvara energiju iz jednog u drugi oblik, pogodan za bilježenje, analizu i prikaz. Kao što smo već spomenuli, najčešće korišćeni oblik je električni signal, napon ili struja. Pretvarač koji je u direktnom kontaktu sa tijelom mora da bude neinvazivan, netoksičan, otporan na razne oblike mehaničkih i hemijskih djelovanja, minijaturan, stabilan i predviđen za rad u amplitudskom i frekvencijskom opsegu koji je karakterističan za biološki mehanizam koji se posmatra. Sve ovo treba uzeti sa rezervom jer nabrojane karakteristike predstavljaju cilj kome se teži ali nijesu uvijek u potpunosti ispunjene. Npr. rendgen je uređaj koji generiše invazivno zračenje koje dovodi do štetnih promjena na organizmu, ali ukoliko je primijenjena doza zračenja mala ovi uticaji su beznačajni. Ono što je veoma bitno u kontekstu analize prikupljenih signala jeste dobro poznavanje karakteristika uređaja odnosno pretvarača (u smislu njegove prenosne funkcije), kao i opsega signala koji se mjeri, tj. frekvencijskog opsega u kome sam pretvarač ne unosi distorzije u mjereni signal.

Nakon akvizicije signala, signali se analiziraju kako bi se prikupile informacije od interesa. Osnovne tehnike obrade signala su: pojačanje, filtriranje, digitalizacija i skladištenje signala.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

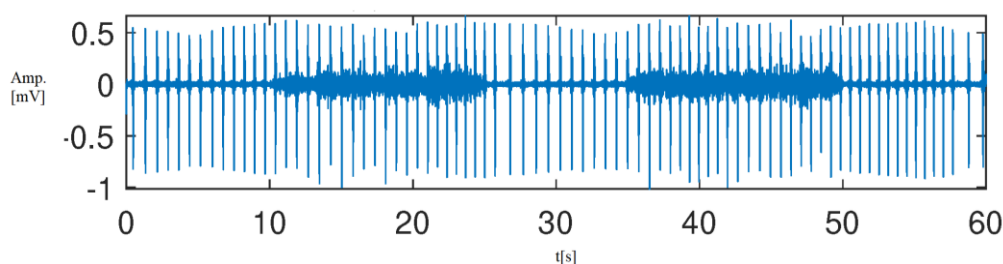
Zapisi dobijeni u procesu akvizicije pored signala od interesa sadrže i dio koji ne nosi korisnu informaciju, a koji se naziva šum. Zbog prisustva šuma neophodno je originalne podatke dobijene sa izlaza senzora podvrgnuti dodatnoj obradi kako bismo dobili upotrebljive rezultate. Amplituda šuma može biti za više redova veličine veća od korisnog signala (npr. pri mjerenju EEG signala koji ima opseg amplituda reda  $\mu V$  šum može dostići i do 1 V). Često se biomedicinski signali, prije svega elektrofiziološki signali, čije su amplitude izuzetno male dovode na ulaz instrumentacionog pojačavača sa velikim faktorom potiskivanja zajedničkog signala i filtra za odstranjivanje šuma mrežnog napona na 50 Hz (za evropski standard). Na slikama 1.3.1. i 1.3.2. su prikazani neki šumovi koji se mogu javiti kod EKG signala.

**Slika 1.3.1.** EKG signal kontaminiran šumom na 50 Hz i filtrirani EKG.



**Izvor:** <https://link.springer.com/article/10.1007/s42600-020-00057-9/figures/9>

**Slika 1.3.2.** EKG signal kontaminiran EMG šumom.



**Izvor:** <https://www.mdpi.com/1424-8220/20/17/4890/htm>

Digitalizacija signala, a prije svega proces kvantizacije signala, takođe unosi određeni šum u mjereni signal. Prije pristupa analizi signala dobro je poznavati karakteristike primijenjenog analogno-digitalnog konvertora, tj. rezoluciju i učestanost odabiranja. Učestanost odabiranja kod pravilnog mjerenja mora biti makar dva puta veća od maksimalne učestanosti signala koji se mjeri (tzv. *Nyquist*-ova učestanost). Amplitudski i frekvencijski opsezi nekih bioloških signala su dati u tabeli 1.3.1.



PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

**Tabela 1.3.1.** Karakteristike nekih bioloških signala

Mjerna veličina	Amplituda	Učestanost [Hz]	Standardni metod mjerenja
Pritisak u mokraćnom mjehuru	0 – 100 <i>cmH<sub>2</sub>O</i>	DC – 10	manometri sa mjernim trakama
Protok krvi	1 – 300 <i>ml/s</i>	DC – 20	mjerač protoka
Arterijski pritisak	25 – 400 <i>mmHg</i>	DC – 50	auskultatorni ili oscilometrijski metod
Venski pritisak	0 – 50 <i>mmHg</i>	DC – 50	mjerne trake
Zapremina istisnute krvi	4 – 25 <i>l/min</i>	DC – 20	dilucione metode
Elektrokardiogram	0.5 – 4 <i>mV</i>	0.01 – 250	površinske elektrode
Elektroencefalogram	5 – 300 <i>μV</i>	DC – 150	površinske elektrode
Elektrokortikogram	10 – 5000 <i>μV</i>	DC – 150	mikro elektrode
Elektromiogram	10 – 1000 <i>μV</i>	DC – 1000	iglene elektrode
Elektromiogram	0 – 10 <i>mV</i>	DC – 500	površinske elektrode
Elektroneurogram	0.01 – 3 <i>μV</i>	DC – 5000	površinske elektrode
Elektroretinogram	0 – 900 <i>μV</i>	DC – 50	kontaktne elektrode
Elektrookulogram	50 – 3500 <i>μV</i>	DC – 50	kontaktne elektrode
Galvanski refleksi	1 – 500 <i>kΩ</i>	0.01 – 1	površinske elektrode
Fonokardiogram	10 <sup>4</sup> <i>Pa</i> (80 <i>dB</i> )	5 – 2000	mikrofon
Ritam disanja	2 – 50 udisaja	0.1 – 40	termistor ili mjerne trake
Brzina respiracije	0 – 6 <i>l/min</i>	DC – 40	diferencijalni mjerač pritiska
Temperatura tijela	32 – 42 <i>°C</i>	DC – 0.1	termistor
Pritisak O <sub>2</sub> u krvi	30 – 100 <i>mmHg</i>	DC – 2	specijalne elektrode
Pritisak CO <sub>2</sub> u krvi	40 – 100 <i>mmHg</i>	DC – 2	specijalne elektrode

**Izvor:** L. Popović-Maneski, B. Jeftić – Signali i sistemi u rehabilitaciji, Akademski misao ISBN 978-86-7466-546-6

Veoma često se dešava da signal iz nekog drugog biološkog ili vještačkog izvora kontaminira signal koji se snima (npr. treptanje proizvodi EMG signal koji se vidi u EEG signalu, EMG signal pri pomjeranju grudnih mišića se vidi u EKG signalu, pomjeranje kablova, pomjeranje elektroda, ...). Ovakvi neželjeni signali u mjerenjima se zajedničkim imenom nazivaju artefakti. Artefakti se odstranjuju različitim metodama filtriranja u zavisnosti od njihovog frekvencijskog sadržaja i opsega preklapanja sa frekvencijskim spektrom signala koji se snima.

U pojedinim mjerenjima je od interesa u realnom vremenu obraditi signal (npr. monitori, registrovanje pulsa, disanja, neuralne proteze), dok se u drugim primjenama analiza obavlja nezavisno od trenutka kad je mjerenje urađeno (npr. kompjuterska tomografija, analiza EEG signala).

Preduslov za efikasnu obradu i analizu signala jeste poznavanje cilja obrade, ali i opštih osnovnih osobina koje povezuju sve signale. [8]-[13]

## 2. EKG I PPG SIGNAL. POJAM I KARAKTERISTIKE

### 2.1. EKG signal. Karakteristike EKG signala

Elektrokardiografija je klinička dijagnostička tehnika bilježenja električnih potencijala srca na površini tijela namijenjena praćenju pravilnosti rada srčanog mišića.

Registrovani električni potencijali imaju karakterističan oblik koji je jako korelisan sa mehaničkim aktivnostima srca, srčanih zalistaka, itd. Akcioni potencijal u srčanom mišiću izazivaju kontrakcije komora i pretkomora, a prema amplitudskim i vremenskim karakteristikama EKG signala snimljenih na površini kože moguće je procijeniti način funkcionisanja djelova srca kao i eventualne poremećaje u radu.

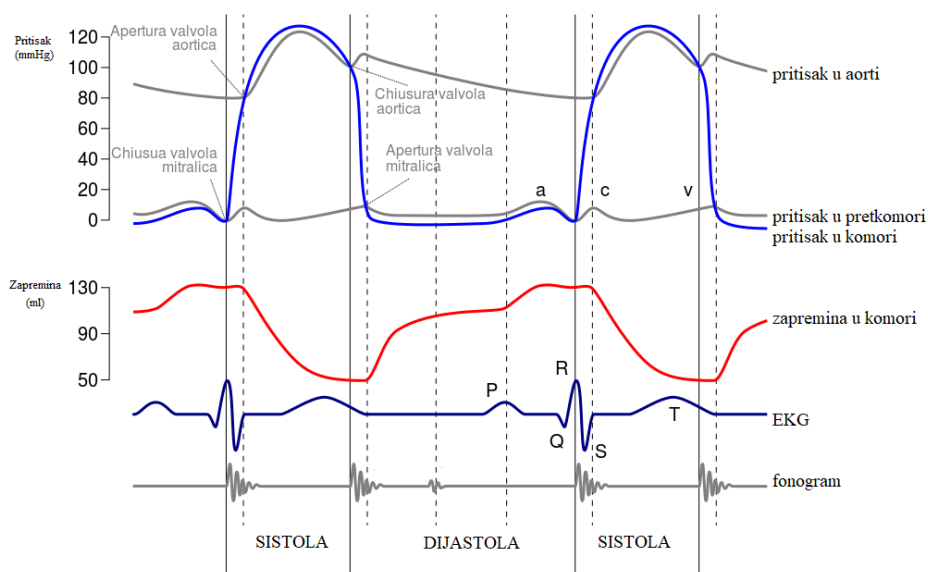
Srčani potencijali koji se mjere unutar-ćelijski dostižu vrijednosti od  $100\text{ mV}$ , dok potencijali na površini kože, usljed slabljenja pri prolasku kroz slojeve tkiva, dostižu vrijednosti od oko svega  $1\text{ mV}$ . Frekvencijski opseg EKG signala je od vrlo malih učestanosti ( $0.1\text{ Hz}$ ) do oko  $100\text{ Hz}$ . Ne treba miješati frekvenciju EKG ritma – pulsa (oko  $1\text{ Hz}$ ) sa frekvencijskim opsegom EKG signala.

Karakterističan oblik EKG signala omogućava primjenu algoritama za automatsku obradu i izdvajanje karakteristika neophodnih za pojednostavljenu dijagnostiku ali i automatsku kontrolu uređaja kao što su *pacemaker* ili implantibilni kardiodefibrilator, zatim za praćenje aktivnosti srca u dužem periodu primjenom EKG *Holter* monitora (prenosni uređaj za memorisanje elektrofizioloških signala). *Holter* monitoring ima dvojaku primjenu – memorisanje signala u vankliničkom okruženju tokom normalnih ili pojačanih dnevnih aktivnosti radi kasnije analize ili detekcije i alarmiranja u slučaju potencijalno opasnih situacija registrovanih automatski iz EKG signala. Iz EKG signala se pored registrovanja nastalih promjena na srcu mogu predvidjeti i procijeniti faktori rizika za neke promjene koje će nastati u budućnosti ukoliko se ne pristupi adekvatnom tretmanu.

Veoma često se u dijagnostici slabosti srčanog mišića ili nekih drugih promjena koje nastaju zbog problema na krvnim sudovima paralelno sa snimanjem EKG signala posmatraju srčani ritam i krvni pritisak u toku vježbanja pod kontrolisanim opterećenjem (ergometrija). Na slici 2.1.1. (*Wigger-ov* dijagram) je prikazana zavisnost EKG signala i pritiska u lijevoj komori srčanog mišića. EKG je važna komponenta u nizu dijagnostičkih postupaka za analizu rada kardiovaskularnog sistema, ali i nekih drugih sistema u organizmu. Npr., obzirom da je EKG signal vremenski korelisan sa mehaničkim aktivnostima djelova srca, korelisan je i sa pritiscima u srcu i krvnim sudovima. Pošto srce omogućava protok krvi kroz pluća gdje se krv oslobađa ugljen dioksida i obogaćuje kiseonikom, EKG signal je vremenski korelisan i sa zasićenošću krvi kiseonikom, odnosno ugljen-dioksidom. Dakle, praćenjem EKG signala je moguće obaviti selektivnu dijagnostiku potencijalnih nepravilnosti rada disajnog sistema.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

**Slika 2.1.1.** Wigger-ovi dijagrami: zavisnost EKG signala, pritiska i zapremine krvi u lijevoj komori srca.



Izvor: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wiggers\\_Diagram.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wiggers_Diagram.svg)

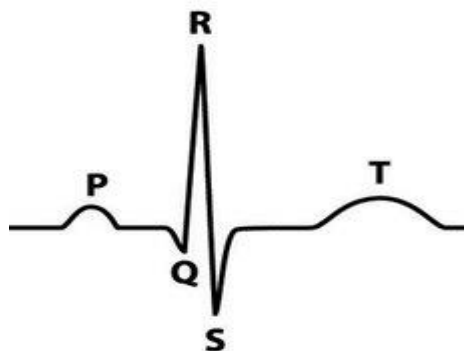
Obavezne indikacije za primjenu EKG-a su sljedeće:

- infarkt miokarda
- plućna embolija
- šumovi na srcu
- sinkopa (iznenadan gubitak svijesti)
- napadi (epileptični ili drugi)
- osjećaj aritmije
- operacije pod anestezijom itd.

Normalan EKG signal je ponovljiv, složeno-periodični signal sa karakterističnom morfologijom na kojoj se razlikuju *peak*-ovi koje nazivamo – talasi (slika 2.1.2.). Tipično se razlikuju P-talasi, QRS kompleks i T-talasi. U rijetkim slučajevima se javlja i tzv. U-talasi.

**Slika 2.1.2.** Karakterističan izgled jedne periode EKG signala.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



**Izvor:** [https://www.semanticscholar.org/paper/An-adaptive-filtering-approach-for-\(ECG\)-signal-Poungponsri-Yu/f068d54ad8d5dac1603b1f20e1168e210061e0a2/figure/0](https://www.semanticscholar.org/paper/An-adaptive-filtering-approach-for-(ECG)-signal-Poungponsri-Yu/f068d54ad8d5dac1603b1f20e1168e210061e0a2/figure/0)

P-talas je rezultat električnih potencijala koji se javljaju pri depolarizaciji pretkomora, odnosno neposredno prije kontrakcije pretkomora.

QRS kompleks nastaje od električnih potencijala koji se javljaju prilikom širenja talasa depolarizacije preko komora od AV čvora<sup>1</sup> do Hisovog snopa<sup>2</sup> i Purkinjeovih vlakana<sup>3</sup>, tj. javlja se neposredno prije kontrakcije komora.

T talas se javlja usljed potencijala koji postoje prilikom repolarizacije komora, što se dešava oko 250-350 ms nakon početka QRS kompleksa. T talas se javlja neposredno prije završetka kontrakcije komora. Pretkomore se repolarizuju 150 do 200 ms poslije P talasa u isto vrijeme kada se u EKG-u javlja QRS kompleks, te je talas repolarizacije pretkomora (T talas) obično potpuno prekriven mnogo većim QRS kompleksom i nije vidljiv na EKG-u.

Neki EKG zapisi imaju još jedan *peak* koji se naziva U talas, za koji se smatra da nastaje kao rezultat repolarizacije Purkinjeovog provodnog sistema.

Sva vremena su normalizovana u odnosu na trajanje jednog srčanog ciklusa (RR interval) u iznosu od 1 sekunde, što odgovara broju od 60 otkucaja srca u minuti. Amplitude zavise od položaja mjernih elektroda. Npr., ako je jedna elektroda direktno iznad komora a druga na tijelu dalje od srca onda je amplituda QRS kompleksa 3 do 4 mV. Ukoliko se elektrode postavljaju na dvije ruke ili na ruku i nogu, onda je amplituda QRS kompleksa oko 1 mV, P talasa između 0.1 i 0.3 mV a T talasa između 0.2 i 0.3 mV.

EKG signal se obično karakteriše oblicima talasa i trajanjima definisanih intervala. Na slici 2.1.3. su obilježeni intervali koji se posmatraju u dijagnostici:

<sup>1</sup> AV - Antrioventrikularni čvor sprovodi impulse kontrakcijom mišića između srčanih pretkomora i komora preko Hisovog snopa.

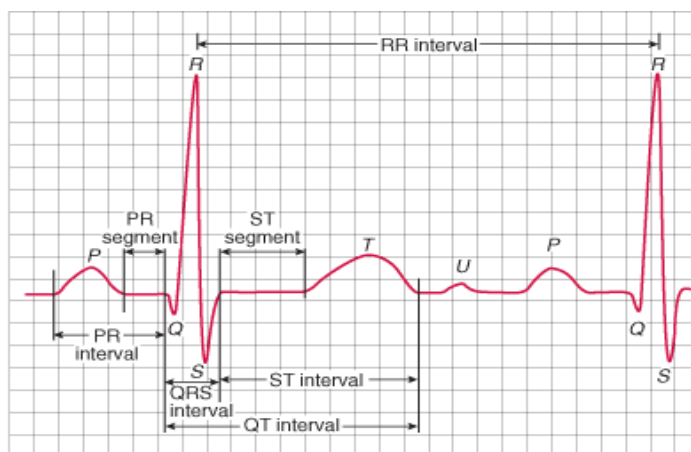
<sup>2</sup> Hisov snop je skup ćelija srčanog mišića koji služi za električnu sprovodljivost. Snop sprovodi električne impulse iz pretkomora u srčane komore, uzrokujući kontrakcije srčanih mišića.

<sup>3</sup> Purkinjeova vlakna se nalaze u unutrašnjim zidovima srčane komore, neposredno ispod endokarda, u prostoru koji se naziva subendokard. Purkinjeova vlakna omogućavaju provodnom sistemu srca da stvori sinhronizovane kontrakcije svojih komora, te su od suštinskog značaja za održavanje konzistentnog srčanog ritma.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

- RR interval je interval između dva susjedna R *peak*-a i služi za određivanje ritma kontrakcija komora. RR interval je najpogodniji parametar za određivanje frekvencije srca.
- PP interval je interval između dva susjedna P talasa i služi za određivanje ritma kontrakcija pretkomora.
- PQ ili PR interval je vrijeme od početka P talasa do početka QRS kompleksa. Normalne vrijednosti su od 120 do 200 *ms*, najčešće je 160 *ms* i zavisi od srčane frekvencije. Pošto je Q talas često odsutan onda se PQ interval preimenuje u PR interval. U pitanju je vrijeme potrebno za depolarizaciju pretkomora, kašnjenje provođenja u AV čvoru i prolazak impulsa kroz Hisov snop i njegove grane, sve do nastanka depolarizacije komora.
- QRS je trajanje depolarizacije komora. Mjeri se od početka Q talasa (ili R ukoliko Q nije vidljiv) do kraja S talasa. Gornje granice su 100 do 110 *ms*.
- QT interval se mjeri od početka Q talasa do kraja T talasa. U pitanju je trajanje sistole (kontrakcije) komora. Pri normalnom radu srca QT traje oko 350 *ms*.
- ST segment – vrijeme provođenja miokarda, tj. vrijeme potrebno akcionom potencijalu da pređe sa endokardijuma na epikardijum. Prosječna vrijednost je oko 200 *ms*. ST segment se mjeri od S talasa do početka T talasa, obično je podignut ili spušten u odnosu na TP ili PR segment. Ovaj interval je od posebnog značaja u dijagnostici jer direktno ukazuje na promjene na zidu lijeve komore miokarda.
- TP segment – period od kraja T talasa do početka sljedećeg P talasa.
- VAT (eng. *Ventricular Activation Time*) je vrijeme potrebno impulsu da prođe kroz miokard od njegove endokardne do epikardne površine. To je interval od početka Q zupca do vrha R zupca i traje oko 30 *ms*.

**Slika 2.1.3.** Šematski prikaz EKG signala sa karakterističnim talasima i intervalima. Amplituda EKG signala je reda 1 *mV*, a trajanje RR intervala pri normalnom radu zdravog srca je 800 *ms* – 1 *s*.



Izvor: <https://i.stack.imgur.com/B4j77.png>

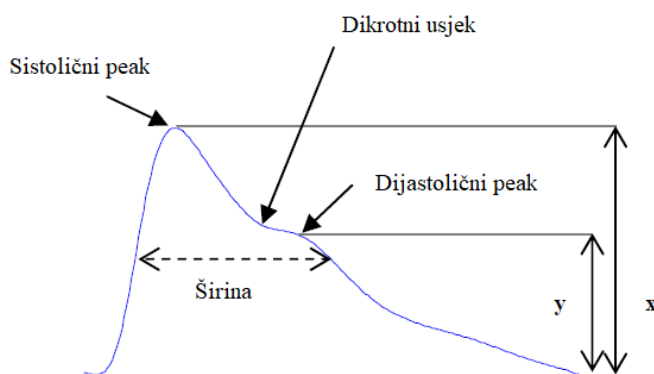
## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

U stanju mirovanja EKG signal ima normalan oblik kod 30-50% pacijenata. Promjene oblika segmenata EKG signala su značajni pokazatelji koji omogućavaju olakšanu dijagnozu nekih bolesti srca. Npr. reverzibilna depresija ST segmenta je znak koronarne arterijske bolesti. Kratkotrajna ST depresija, inverzija T talasa ili pojava uspravnih T talasa se često javlja kod angine pektoris. Elevacija ST segmenta je znak infarkta miokarda.[14]-[16]

### 2.2. PPG signal. Karakteristike PPG signala

Fotoplethysmografija (eng. *photoplethysmography* – PPG) je jednostavna optička tehnika koja se koristi za otkrivanje i praćenje promjene količine krvi u perifernim krvnim sudovima. To je jeftina i neinvazivna metoda koja vrši mjerenje na površini kože. Sonda za PPG se sastoji od infracrvenog svjetlosnog izvora (to je obično fotodioda koja emituje svjetlost na talasnoj dužini od 900 nm) i fotodetektora (fototranzistor).[17] Svjetlosni izvor osvjetljava tkivo (npr. kožu), a fotodetektor mjeri male varijacije u količini primljene svjetlosti koje su proporcionalne promjeni volumena krvi u krvnim sudovima. Porast količine krvi upućuje na pad inteziteta svjetlosti i obrnuto.[18] Izgled PPG pulsa (signala) se obično može podijeliti u dvije faze: anakrotična faza pri rastućoj ivici pulsa i katakrotična faza u opadajućoj ivici pulsa što je predstavljeno na slici 2.2.1.

**Slika 2.2.1.** Tipični izgled PPG talasa i njegovi karakteristični parametri, gdje su sa  $x$  i  $y$  označene amplitude sistolnog, odnosno dijastolnog *peak*-a, respektivno.



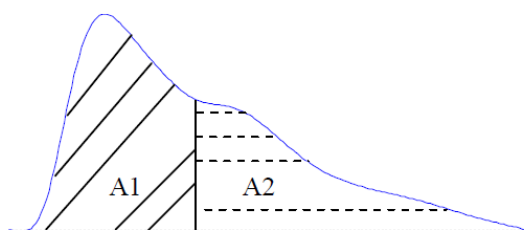
**Izvor:** Elgendi M., On the Analysis of Fingertip Photoplethysmogram Signals, Current Cardiology Reviews, 2012, Vol. 8, No. 1, 14-25

Prva faza se primarno vezuje za sistolu, dok druga za dijastolu. Dikrotni usjek, koji se može uočiti sa gornje slike, obično se pojavljuje u katakrotičnoj fazi subjekta sa zdravim arterijama. Za PPG signal se može definisati i opisati više parametara:

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

- 1) *Sistolna amplituda*: Kako se vidi sa slike 2.2.1. sistolna amplituda  $x$  je indikator promjene količine krvi u arterijama i drugim krvnim sudovima na i u blizini mjesta na kome se PPG mjeri.[19][20] Sistolna amplituda je povezana sa jačinom srčanog udara.[21] Takođe, pokazano je da je ona pogodna za kontinualno određivanje krvnog pritiska.[22]
- 2) *Širina pulsa*: Određuje se na polovini visine sistolne amplitude (*peak-a*). Pokazano je da je ona u korelaciji sa sistemskim vaskularnim otporom<sup>4</sup>. [23]
- 3) *Pulsna oblast*: Definiše se kao ukupna površina ispod PPG pulsa. U nekim studijama se ova oblast dijeli na dva dijela u odnosu na dikrotni usjek [24](slika 2.2.2.), pri čemu se njihov odnos koristi kao pokazatelj perifernog otpora<sup>5</sup>. Ovaj odnos se označava sa IPA (eng. *Inflection Point Area*) i definiše se kao:  $IPA = \frac{A_2}{A_1}$ .

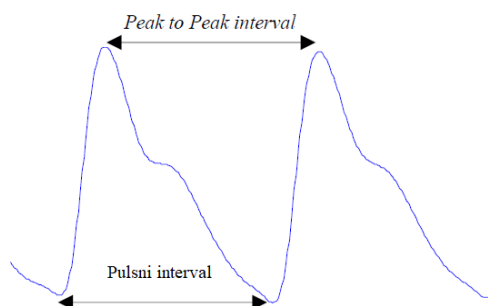
**Slika 2.2.2.** PPG signal uzet sa prsta. Sa  $A_1$  i  $A_2$  su obilježne površine ispod PPG signala razdvojene dikrotnim usjekom.



**Izvor:** Elgendi M., On the Analysis of Fingertip Photoplethysmogram Signals, Current Cardiology Reviews, 2012, Vol. 8, No. 1, 14-25

- 4) *Interval između dva peak-a*: Predstavlja vremenski razmak između dva susjedna P *peak-a* (eng. *Peak To Peak Interval*). R-R interval u EKG signalu je u korelaciji sa P-P intervalom kod PPG-a jer oba reprezentuju zaokružen srčani ciklus [25] (slika 2.2.3.).

**Slika 2.2.3.** Dva susjedna PPG pulsa.



**Izvor:** Elgendi M., On the Analysis of Fingertip Photoplethysmogram Signals, Current Cardiology Reviews, 2012, Vol. 8, No. 1, 14-25

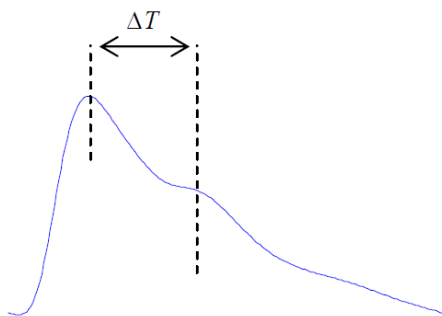
<sup>4</sup> Vaskularni otpor je otpor koji se mora savladati da bi se krv kretala kroz krvotok.

<sup>5</sup> Otpor arterija pri protoku krvi.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

- 5) *Pulsni interval*: Distanca između početka i kraja PPG pulsa (slika 2.2.3.). On se obično koristi u analizi kada je dijastolični segment jasnije izražen i lakši za posmatranje u odnosu na sistolični dio. Pri poređenju HRV-a koristeći pulsni interval kod PPG signala sa HRV-om kod EKG-a (dobijen od RR intervala) uočen je visok stepen korelacije. Iz ovoga se može zaključiti da se HRV dobijen od PPG signala može koristiti kao alternativa u odnosu na EKG.[26]
- 6) *Indeks povećanja*: Pritisak povećanja (AI) je mjera uticaja povratnog talasa na sistolni arterijski pritisak, a dobija se mjerenjem odbijenog talasa koji ide sa periferije ka centru. Pritisak povećanja (eng. *Augmentation index*) se dobija pomoću sljedeće formule:  $AI = \frac{y}{x}$ , gdje je  $y$  visina dijastolnog, a  $x$  sistolnog *peak*-a tokom jednog pulsa (slika 2.2.1.).[27] Osim prethodne formule, koristi i se i:  $AI = \frac{x-y}{x}$ . [28]
- 7) *Indeks ukočenosti većih arterija*: Sistolna komponenta talasa nastaje od nadolazećeg pritiska koji se prenosi direktnim putem od lijeve komore do prsta. Dijastolna komponenta nastaje od talasnog pritiska koji se prenosi od aorte ka manjim arterijama u donjem dijelu tijela odakle se odbija nazad do aorte kao reflektovani talas te onda putuje prema prstu. Kao što se može vidjeti sa slike 2.2.4., vremensko kašnjenje između sistolnog i dijastolnog *peak*-a je povezano sa tranzitnim vremenom talasnog pritiska od početka subklavijalne arterije<sup>6</sup> do vidljivog mjesta odbijanja i nazad. Dužina ovog puta je proporcionalna visini subjekta  $h$ .

**Slika 2.2.4.** PPG signal i  $\Delta T$  parametar.



**Izvor:** Elgendi M., On the Analysis of Fingertip Photoplethysmogram Signals, Current Cardiology Reviews, 2012, Vol. 8, No. 1, 14-25

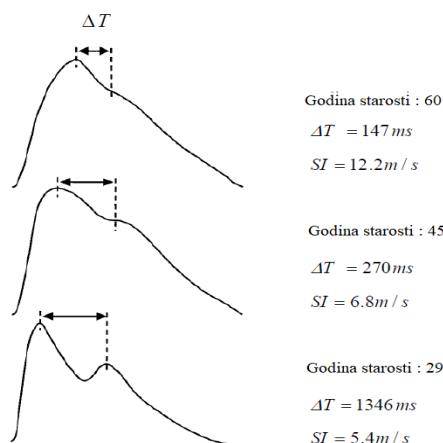
Stoga, možemo definisati indeks konture PPG signala  $SI$  kao:  $SI = \frac{h}{\Delta T}$ . [29] Na slici 2.2.5. je pokazano kako vremenska razlika između sistolnog i dijastolnog *peak*-a  $\Delta T$  opada sa starošću, kao posljedica povećane ukočenosti većih arterija. Dakle,  $SI$  raste sa godinama.

**Slika 2.2.5.** PPG signal i promjene  $SI$  parametra u zavisnosti od godine starosti.

<sup>6</sup> Subklavijalna arterija je veliki krvni sud koji snabdijeva glavu i ruke krvlju.



## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



**Izvor:** Elgendi M., On the Analysis of Fingertip Photoplethysmogram Signals, Current Cardiology Reviews, 2012, Vol. 8, No. 1, 14-25

### 2.3. HR analiza kod EKG i PPG signala

Srčana frekvencija (eng. *Heart Rate*) predstavlja brzinu smjene srčanih ciklusa koja se određuje mjerenjem broja kontrakcija srčanog mišića u minuti (BPM – eng. *Beats Per Minute*). Ona može varirati zavisno od tjelesnih fizičkih potreba, uključujući i potrebu apsorpcije kiseonika i izlučivanja ugljendioksida. Frekvencija srca je obično jednaka ili bliska puls u mjerenoj u bilo kojoj perifernoj tački na tijelu. Aktivnosti koje mogu uticati i izazvati promjene su fizičko vježbanje, san, anksioznost, stres, bolest i uzimanje lijekova. [30]-[32]

Mnogi izvori navode da je normalna frekvencija rada srca kod odraslih osoba (u stanju mirovanja) u opsegu od 60 – 100 otkucaja u minuti. Sve iznad 100 otkucaja predstavlja poremećaj koji se naziva tahikardija, dok se sve vrijednosti manje od 60 definišu kao bradikardija. Nekoliko studija pokazuju da se normalan broj otkucaja srca pri mirovanju najvjerojatnije nalazi u opsegu od 50 – 90 *bpm*, dok tokom spavanja srce usporava svoj rad tako se vrijednosti kreću u rasponu od 40 – 50 *bpm*, što predstavlja njegov normalan rad u tom stanju. Ukoliko srce ne kuca u pravilnom rasporedu, odnosno kada dolazi do „preskakanja“, tada govorimo o aritmiji. Abnormalnosti srčanog ritma mogu ponekad ukazivati na bolest. [33]

HR je parametar koji nema uvijek stabilnu vrijednost nego se ona povećava ili smanjuje kao odgovor na potrebe našeg organizma da održi ravnotežu između zahtijevane i dovođene količine kiseonika i nutritijenata.

U tabeli ispod (tabela 2.3.1.) prikazane su normalne vrijednosti HR u stanju mirovanja za različite starosne grupe i fizičke spremnosti (vrijednosti su u *bpm*).[34]

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

**Tabela 2.3.1.** Normalne vrijednosti HR u stanju mirovanja za različite starosne grupe i fizičke spremnosti.

novorođenčad (0 – 1 mjeseci)	odojčad (1 – 11 mjeseci)	djeca (1 – 2 godine starosti)	djeca (3 - 4 godine starosti)	djeca (5 - 6 godine starosti)	djeca (7 - 9 godine starosti)	djeca iznad 10 godina starosti i odrasli, uključujući starije	fizički aktivne odrasle osobe
70-190	80-160	80-130	80-120	75-115	70-110	60-100	40-60

**Izvor:** U.S. Department of Health and Human Services - National Institutes of Health,  
<https://medlineplus.gov/ency/article/003399.htm>

Gore navedene vrijednosti važe ukoliko su ispunjeni sljedeći uslovi: osoba je budna, živi u predjelu umjerenog klimatskog pojasa i nije izložena nikakvom vidu skorašnjeg napora ili stimulacije kao što su stres ili iznenađenje. Mjerenja pulsa mogu se obaviti različitim metodama.

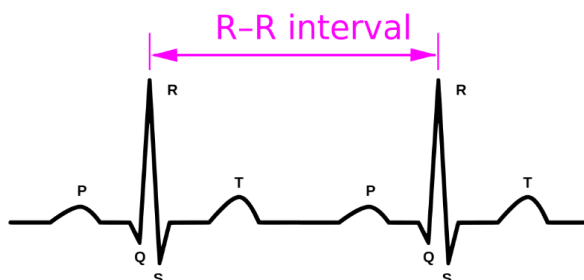
**Ručno mjerenje.** Frekvencija srčanog mišića se može mjeriti opipavanjem srčanog pulsa na tijelu. Ovaj puls se može osjetiti u onim tačkama na tijelu gdje se pulsiranje krvnog suda prenosi na površinu i tu se uz pomoć pritiska kažiprsta i srednjeg prsta on i mjeri. Palac se ne bi trebao koristiti pri mjerenju frekvencije srca jer njegov jak puls može ometati tačno lociranje adekvatnog mjesta na tijelu za određivanje istog. Radijalna arterija (arterija kod šake) je mjesto na tijelu gdje se najlakše može izmjeriti puls. Međutim, u hitnim slučajevima, mjesto na kojem se može najpouzdanije izmjeriti puls jeste ono gdje se nalazi karotidna arterija (arterija u predjelu vrata). Ovo je posebno značajno kod pacijenata sa atrijalnom fibrilacijom<sup>7</sup> kod kojih su srčani otkucaji nepravilni i kod kojih je udarni volumen<sup>8</sup> dosta različit od jednog do drugog otkucaja. Tokom ovih otkucaja koji slijede nakon kratkog dijasoličnog intervala lijeva komora se ne puni krvlju kako treba, udarni volumen je manji te pulsni talas nije dovoljno jak da bi se detektovao opipavanjem udaljene arterije kao što je to radijalna. Ti otkucaji se mogu detektovati pomoću doplera.[35]

**Elektronsko mjerenje.** Mnogo precizniji metod određivanja frekvencije rada srca jeste korišćenje elektrokardiograma odnosno EKG-a. EKG generiše patern baziran na električnoj aktivnosti srčanog mišića, koji približno prati njegovu funkciju i rad. Kontinuirani EKG monitoring se rutinski odvija u mnogim kliničkim oblastima, posebno u intenzivnoj njezi. Kod EKG-a, trenutna frekvencija srca (HR) se računa pomoću parametra koji se zove RR interval (*R wave-to-R wave Interval*) i njegovim množenjem ili dijeljenjem da bi se dobio HR u jedinici broja otkucaja po minuti, tj. *bpm*. (slika 2.3.1.)

<sup>7</sup> Atrijalna fibrilacija je abnormalni srčani ritam tj. aritmija koja se karakteriše ubrzanim i neregularnim otkucajima srčanih pretkomora.

<sup>8</sup> Udarni volumen jeste količina krvi koja se ispumpa iz lijeve srčane komore u toku jednog otkucaja.

Slika 2.3.1. RR interval kod EKG signala.



Izvor: [https://en.wikipedia.org/wiki/Heart\\_rate#/media/File:ECG-RRinterval.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/Heart_rate#/media/File:ECG-RRinterval.svg)

U tu svrhu se koriste različite formule:

$$HR = \frac{1000 * 60}{RR\ interval[ms]}, \quad (2.3.1.)$$

$$HR = \frac{60}{RR\ interval[s]}, \quad (2.3.2.)$$

$$HR = \frac{300}{broj\ "velikih"\ kvadrata\ između\ dva\ susjedna\ R\ peak - a}, \quad (2.3.3.)$$

$$HR = \frac{1500}{broj\ "malih"\ kvadrata\ između\ dva\ susjedna\ R\ peak - a}. \quad (2.3.4.)$$

U našem algoritmu koristiće se formula 2.3.2. Slično kao EKG, i kod PPG signala se koristi PP interval kao parametar (slika 2.2.3.), te se na njega takođe primjenjuju formule 2.3.1.-2.3.4.

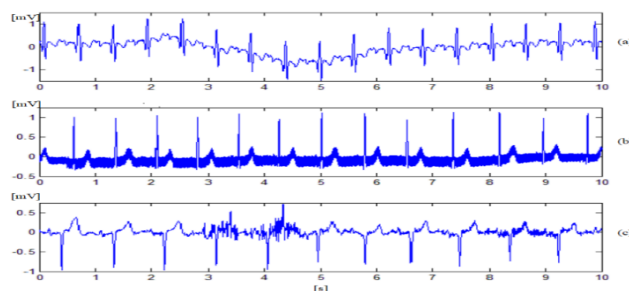
**Optička mjerenja.** Pulsni oksimetar na prstu i laserska slika očnog dna dobijena pomoću doplera se često koriste u kliničkim ispitivanjima. Ove tehnike mogu odrediti HR mjerenjem kašnjenja između pulseva.

### 3. HILBERT-OVA TRANSFORMACIJA

#### 3.1. Obrada signala u biomedicini

Danas se koriste različite numeričke i nenumeričke tehnike procesiranja biomedicinskih signala. Da bismo jasnije ukazali na potrebe računarske obrade signala potrebno je prije svega poznavati prirodu signala koji očekujemo da snimimo, a takođe i tipove smetnji koji mogu da se jave. Npr., standardni 12-odvodni EKG je reprezentacija električne aktivnosti srca snimljena elektrodama na površini tijela. Pri ovome je poznato da svaki od odvoda ima najveću amplitudu (*R-peak* QRS kompleksa) od približno  $1\text{ mV}$ , i da postoje karakteristični *peak*-ovi (P talas, QRS kompleks, T talas, itd.) koji ukazuju na pojedine faze aktivnosti srčanog mišića. Ako bi se ovaj signal prikazao kao suma prostoperiodičnih funkcija, onda su najveće frekvencije niže od  $100\text{ Hz}$ . Pri mjerenju se bilježe i drugi signali koji ne potiču od aktivnosti srčanog mišića: pomjeranje elektroda, jednosmjerni potencijali koji potiču od polučelijskih potencijala elektroda, električna aktivnost mišića, indukovane smetnje od elektromagnetnih polja koja postoje u prostoru u kome se mjeri EKG, pomjeranje bazne linije itd. (slika 3.1.1.).

**Slika 3.1.1.** Česte smetnje pri snimanju EKG signala: (a) pomjeranje bazne linije, (b) interferencija sa  $50\text{ Hz}$ , (c) interferencija EKG i EMG signala.



**Izvor:** [https://www.researchgate.net/figure/Common-types-of-noise-in-ECG-recordings-a-Baseline-wander-b-50-Hz-power-line\\_fig2\\_221923119](https://www.researchgate.net/figure/Common-types-of-noise-in-ECG-recordings-a-Baseline-wander-b-50-Hz-power-line_fig2_221923119)

Slične smetnje se javljaju i pri snimanju drugih signala, a u nekim slučajevima su još izraženije jer su amplitude tih signala često vrlo male ( $10 - 100\ \mu\text{V}$ ).

Biomedicinske signale možemo podijeliti u dvije grupe: deterministički i stohastički. Determinističke signale nazivamo još i stereotipnim. To su signali koji se mogu opisati matematičkim izrazima (model sistema). Kao primjer za ovakav tip signala možemo uzeti EKG. Za razliku od determinističkog, stohastički signal (grč.  $\Sigma\tau\acute{o}\chi\omicron\varsigma$  - slučajno) ima karakter slučajne veličine. Takav je EMG signal koji predstavlja električnu aktivnost mišića. Stohastički signal je predstavnik funkcija stohastičkog procesa, tj. dio stohastičkog ansambla. Ako posmatramo stohastički ansambl koga čine slučajni procesi  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$ , ...,  $s_n(t)$  možemo definisati združenu funkciju raspodjele vjerovatnoće (eng. *Joint Probability Density Function* - JPDP):

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

$$P[s_1(t) \leq s_1, s_2(t) \leq s_2, \dots, s_n(t) \leq s_n] = P(s_1, s_2, \dots, s_n). \quad (3.1.1.)$$

Stohastički signal karakteriše i funkcija gustine vjerovatnoće (eng. *Probability Density Function* - PDF), a ona se definiše kao N-ti parcijalni izvod funkcije JPDF:

$$p(s_1, s_2, \dots, s_n) = \frac{\partial^N}{\partial s_1 \partial s_2 \dots \partial s_n} [P(s_1, s_2, \dots, s_n)]. \quad (3.1.2.)$$

Jedna od veličina od značaja pri posmatranju stohastičkih procesa je matematičko očekivanje procesa  $s(t)$  koje obilježavamo sa  $E\{s(t)\}$ :

$$E\{s(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} sp(s)ds = m, \quad (3.1.3.)$$

gdje je  $p(s)$  funkcija gustine vjerovatnoće procesa  $s(t)$ .

Matematičko očekivanje prvog reda se u najjednostavnijem slučaju svodi na srednju vrijednost (aritmetička sredina). Ako se u integralu umjesto promjenljive  $s$  nalazi  $n$ -ti stepen funkcije  $s^n$ , tada se radi o matematičkom očekivanju  $n$ -tog reda ( $m_n$ ). Od značaja je posmatranje veličine koja se naziva drugi centralni momenat odnosno varijansa  $\sigma^2$ :

$$\sigma^2 = \mu_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (s - m_1)^2 p(s)ds. \quad (3.1.4.)$$

Kvadratni korijen iz varijanse nazivamo standardnom devijacijom, a ta veličina pokazuje kakvo je odstupanje u odnosu na srednju vrijednost. Ako se radi o slučajnom procesu u *Gauss*-ovom smislu, onda se u intervalu jednakom dvostrukoj standardnoj devijaciji u odnosu na matematičko očekivanje nalazi 66% vrijednosti signala.

Kroskorelaciona funkcija je momenat drugog reda dvije različite funkcije  $s_1 = s(t_1)$  i  $y_2 = y(t_2)$  u dva različita trenutka:

$$r_{sy}(t_1, t_2) = E\{s(t_1)y(t_2)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t_1)y(t_2)p(s_1, y_2)dsdy. \quad (3.1.5.)$$

Autokorelaciona funkcija je momenat drugog reda iste funkcije  $s_1 = s(t_1)$  i  $s_2 = s(t_2)$  u dva različita trenutka:

$$r_{ss}(t_1, t_2) = E\{s(t_1)s(t_2)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t_1)s(t_2)p(s_1, s_2)ds^2. \quad (3.1.6.)$$

Ako se statistički parametri ne mijenjaju u vremenu proces je stacionaran. Matematičko očekivanje i varijansa su u ovom slučaju nezavisne od vremena, dok će autokorelacija tada biti funkcija samo od vremenskog intervala  $\tau = t_2 - t_1$  (jednodimenzionalna funkcija).

Biomedicinski signali se mogu analizirati i u frekvencijskom domenu. Analiza u frekvencijskom domenu se najlakše može razumjeti kao prikaz amplituda i faza prostoperiodičnih funkcija kojima je aproksimiran signal od interesa u funkciji od frekvencije. Prelaz is vremenskog  $s(t)$  u

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

frekvencijski oblik  $S(\omega)$  i obrnuto se realizuje *Fourier*-ovom direktnom i inverznom transformacijom:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt = F[s(t)], \quad (3.1.7.)$$

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)e^{j\omega t} d\omega = F^{-1}[S(\omega)], \quad (3.1.8.)$$

gdje je  $\omega = 2\pi f$  ugaona frekvencija.  $S(\omega)$  je kompleksna funkcija, pa se može prikazati kao  $S(\omega) = |S(\omega)| e^{j\theta(\omega)}$ , gdje je moduo  $|S(\omega)|$  amplitudski, a  $\theta(\omega)$  fazni spektar signala.

Primjenjujući *Fourier*-ovu transformaciju (FT) na odбирak stohastične funkcije dobijamo odбирak funkcije na frekvencijskoj osi. Stohastički proces se može prikazati setom spektara. Alternativa predstavi u frekvencijskom domenu je funkcija korelacije stohastičnog procesa. Ovakva funkcija je deterministička. Na nju se može primijeniti FT koja opet daje determinističku funkciju tj. spektralnu gustinu snage (eng. *Power Spectral Density* - PSD):

$$PSD[s(t)] = S_{ss}(\omega) = F[r_{ss}(\tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} r_{ss}e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (3.1.9.)$$

Ova funkcija se veoma često koristi za opisivanje stohastičkih signala; ona opisuje gustinu snage u funkciji frekvencije. Pošto je autokorelacija parna funkcija dobija se spektralna gustina snage kao realna veličina. Kao primjer se može navesti EEG signal koji predstavlja slučaj kada je spektralna gustina snage jedan od najvažnijih parametara. Pokazano je da se spektar snage EEG-a mijenja sa fiziološkim i psihološkim promjenama stanja subjekta. Prema tome, spektralna gustina snage može da služi kao parametar za analizu i prepoznavanje tih stanja. Pomenuti parametar nam pomaže i da pratimo međusobni odnos dva procesa (npr. ispitivanje odnosa aktivnosti lijeve i desne strane korteksa iz EEG ili MEG signala). Međusobni odnos u vremenskom domenu dva stacionarna procesa opisana funkcijama  $s(t)$  i  $y(t)$  je dat kroskorelaciomom funkcijom (jednačina 3.1.5.), a u frekvencijskom domenu je predstavljena kroskorelacionom funkcijom sprektralne gustine snage:

$$S_{sy} = F[r_{sy}(\tau)] = |S_{sy}(\omega)|e^{j\theta(\omega)} \quad (3.1.10.)$$

Uočimo da je  $S_{sy}$  funkcija razlike vremena  $\tau$ . Za razliku od autokorelacione funkcije,  $r_{sy}(\tau)$  nije parna, pa FT nije realna funkcija. Zato je potrebno odrediti i amplitudski i fazni spektar. Može se pokazati da je apsolutna vrijednost  $S_{sy}$  ograničena, odnosno:

$$|S_{sy}(\omega)|^2 \leq S_{ss}(\omega)S_{yy}(\omega). \quad (3.1.11.)$$

Normalizacijom se dobija koherentna funkcija:

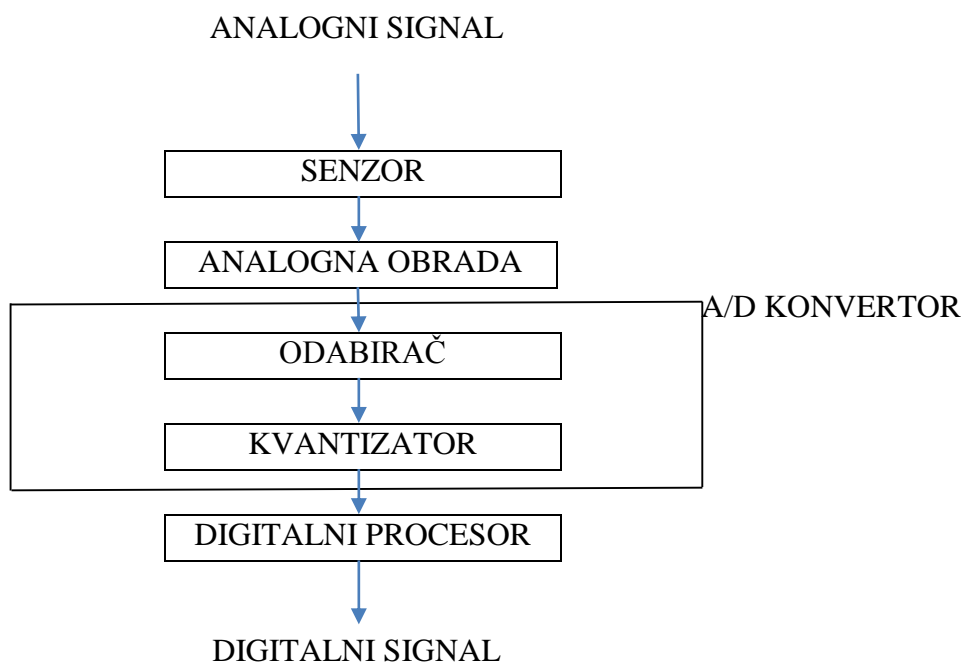
$$\gamma^2 = \frac{|S_{sy}(\omega)|^2}{S_{ss}(\omega)S_{yy}(\omega)} \leq 1. \quad (3.1.12.)$$

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

Ova koherentna funkcija se koristi mnogostruko u medicinskim aplikacijama (na primjer za ispitivanje asimetrije aktivnosti kore velikog mozga).

Razvoj elektronike je omogućio relativno jednostavnu i vrlo preciznu diskretizaciju i digitalizaciju analognih kontinualnih signala. Istovremeno vrlo brz razvoj računarstva (i pad cijene hardvera), posebno DSP (eng. *Digital Signal Processing* – digitalna obrada signala) tehnologije i odgovarajućeg softvera su omogućili veoma različite i efikasne tehnike procesiranja signala. Digitalna obrada signala omogućava pronalaženje važnih zakonitosti u biomedicinskim signalima i od velikog je značaja za unapređenje dijagnostike. U daljem tekstu slijede računarski aspekti digitalizacije i digitalnog procesiranja biomedicinskih signala.

**Slika 3.1.2.** Uopšteni dijagram akvizicije signala u cilju digitalnog procesiranja.



Akvizicija. Šematski prikaz uopštenog akvizicionog sistema dat je na slici 3.1.2. Uobičajeno se na biološkom sistemu mjere analogne veličine (npr. struja, napon, pritisak, temperatura, itd.). Električni signali se detektuju sensorima kao što su elektrode, dok se ostale neelektrične veličine prvo pretvaraju u električne. Prije konverzije uobičajeno se analogni signal prvo pojača i filtrira radi prilagođavanja veličine istog ulaznom opsegu bloka za konverziju, zatim vrši se kompenzacija neželjenih efekata senzora kao i redukcija šuma. Digitalizacija signala podrazumijeva diskretizaciju, odnosno izbor rezolucije i frekvencije odabiranja. Frekvencija odabiranja određuje broj tačaka koje je potrebno memorisati i analizirati. S obzirom na to pogodno je odabrati minimalnu frekvenciju odabiranja koja i dalje garantuje da je signal zabilježen tako da informacija sadrži amplitudu, ali i sve njene vremenske promjene. Matematičkim rječnikom izbor frekvencije odabiranja znači ograničenje spektra signala.

Teorema odabiranja. Osnovna karakteristika pravilnog izbora diskretizacije je da dobijena serija diskretnih signala omogućuje rekonstrukciju originalnog kontinualnog signala. Uslovi za

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

rekonstrukciju su dati *Shannon*-ovom teoremom (teorema o odabiranju) koja kaže da kontinualni signal može da se „kompletno“ obnovi iz niza odbiraka ako je frekvencija odabiranja najmanje dva puta veća od maksimalne učestanosti koja karakteriše originalni signal. Da bi razumjeli pretpostavku ove teoreme posmatrajmo kontinualni signal  $x(t)$  čija je *Fourier*-ova transformacija  $X(\omega)$ . Procedura odabiranja može da se prikaže na sljedeći način: signal  $x(t)$  se množi impulsnom povorkom:

$$i(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_s), \quad (3.1.13.)$$

gdje je  $\delta(t)$  delta (*Dirac*-ova) funkcija,  $k$  je cio broj, a  $T_s$  period odabiranja. Odabrani signal  $x(t)$  tada postaje  $x_s(t)$ :

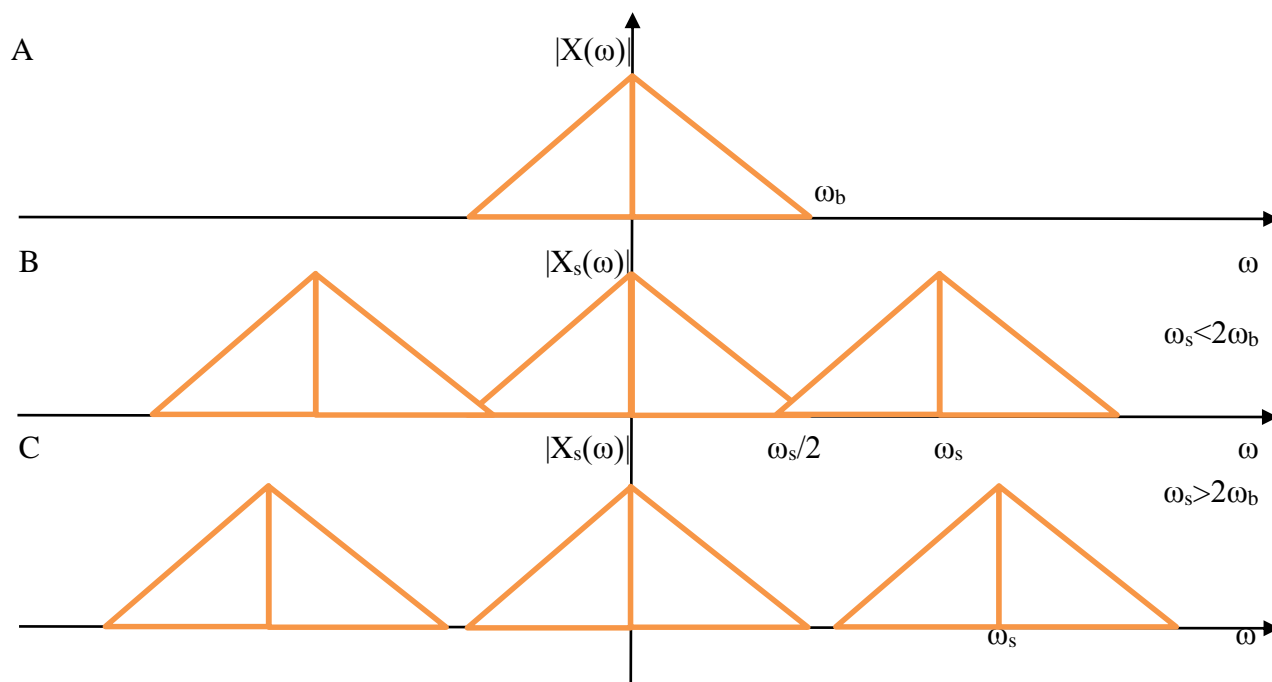
$$x_s(t) = x(t)i(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t - kT_s). \quad (3.1.14.)$$

Uzimajući u obzir da množenje u vremenskom domenu povlači konvoluciju u frekvencijskom domenu, dobijamo:

$$X_s(\omega) = X(\omega) * I(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - k\omega_s) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(\omega - k\omega_s), \quad (3.1.15.)$$

gdje je  $\omega_s = 2\pi/T_s$  frekvencija odabiranja. Prema tome  $X_s(\omega)$ , tj. *Fourier*-ova transformacija diskretizovanog signala je periodična i sastoji se od serije identičnih spektara skoncentrisanih oko multipla frekvencije odabiranja (slika 3.1.3.).

**Slika 3.1.3.** Uticaj izbora frekvencije odabiranja  $\omega_s$  na signal čija je maksimalna frekvencija spektra  $\omega_b$ . *Fourier*-ova transformacija: A) originalnog signala, B) signala koji je odabiran sa  $\omega_s < 2\omega_b$  (dolazi do preklapanja), C) signala koji je odabiran frekvencijom  $\omega_s > 2\omega_b$ .





## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

Ako je ispunjen uslov  $\omega_s > 2\omega_b$ , gdje je  $\omega_b$  maksimalna frekvencija korisnog dijela spektra, onda se može rekonstruisati originalni signal; u suprotnom dolazi do preklapanja spektara, pa se originalna informacija ne može više dobiti. Analizom slike 3.1.3. se može zaključiti da je originalni signal moguće rekonstruisati iz odbiraka ako je filtriran filtrom čija je granična učestanost jednaka maksimalnoj frekvenciji korisnog spektra i uzorkovan frekvencijom koja je određena korišćenjem Shannon-ove teoreme. Treba pomenuti da u praksi i signale ograničenog spektra treba zbog šuma prvo propustiti kroz filter.

Kvantizacioni efekti. Kvantizacijom kontinualnog signala  $x(t)$  se dobija diskretni signal  $x(n)$ , gdje je  $n$  redni broj odbirka. Odbirci  $x(n)$  mogu da imaju samo određene vrijednosti u zavisnosti od broja kvantizacionih nivoa. U slučaju uniformne kvantizacije bira se korak  $\Delta$ . On podrazumijeva zaokruživanje ili odsijecanje originalne vrijednosti signala. U procesu kvantizacije, blok se statistički dopunjuje greškom koja se tretira kao aditivni šum  $e(n)$  (greška kvantizacije). Uvode se pretpostavke da  $e(n)$  ima uniformnu raspodjelu i da su  $e(n)$  i  $x(n)$  nekorelisani. Vjerovatnoća gustine raspodjele  $e(n)$  zavisi od načina kodovanja. Ako se svaki odbirak zaokružuje na najbliži kvantizacioni nivo biće  $-\Delta/2 \leq e(n) \leq \Delta/2$ , a ako se odsijeca vrijednost amplitude, onda je  $-\Delta/2 \leq e(n) \leq 0$ .

Pri kodiranju će srednja vrijednost u prvom slučaju biti  $m_e = 0$ , a u drugom  $m_e = -\Delta/2$ . Varijansa je u oba slučaja ista  $\sigma_e^2 = \Delta^2/12$  i smanjuje se sa smanjenjem kvantizacionig nivoa.

Odnos signal/šum SNR (eng. *Signal to Noise Ratio*) za kvantizacioni postupak je:

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_x^2}{\Delta^2/12}. \quad (3.1.16.)$$

Ako uvedemo sljedeću oznaku  $\Delta = 2^{-b}$  ( $b$  je broj bitova za kodovanje) i za  $\sigma_x^2$  kažemo da je varijansa signala, dobijamo:

$$SNR = 6.02 b + 10.79 + 10 \log_{10} \sigma_x^2. \quad (3.1.17.)$$

SNR raste za skoro 6 dB za svaki dodatni bit. U praksi se primjenjuje kako uniformna, tako i neuniformna kvantizacija.

U dijelu koji slijedi osvrnućemo se na diskretne signale. Pretpostavimo da je kontinualni signal  $s(t)$  odabiran sa frekvencijom  $f_s = \omega_s/(2\pi) = 1/T_s$ . Označimo sa  $s(m)$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$  dobijeni diskretni signal i primijenimo FT:

$$S_s(\omega) = F[s(m)] = |S_s(\omega)|e^{j\theta_s(\omega)}. \quad (3.1.18.)$$

Spektar diskretnog signala je spektar originalnog signala ponovljen neograničen broj puta na frekvencijama  $n\omega_s$ , što znači da je on periodičan u frekvencijskom domenu. Primijetimo da ako se izabere „dovoljno“ velika frekvencija odabiranja, spektri se neće preklapati. U tom slučaju originalni (kontinualni) signal se može rekonstruisati na osnovu diskretnog signala propuštanjem kroz filter propusnik niskih učestanosti. Ako je njegova granična frekvencija  $\omega_{max}$  onda se dobija samo prva perioda spektra, što upravo predstavlja kontinualni signal. Ako je frekvencija odabiranja niska, tj.  $\omega_s \leq 2\omega_{max}$ , spektri se preklapaju, pa je nemoguće rekonstruisati originalni kontinualni

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

signal. Uslov odabiranja  $\omega_s \geq 2\omega_{max}$  je poznat kao *Shannon-ova* teorema odabiranja, a najniža moguća frekvencija odabiranja kao *Nyquist-ova* frekvencija. U praktičnim primjenama, prije odabiranja signal se propušta kroz filtar propusnik niskih frekvencija čime se ograničava spektar originalnog signala.

Diskretna *Fourier-ova* transformacija (eng. *Discrete Fourier Transform - DFT*) mapira konačan skup  $s(m)$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots, N-1$  u drugi konačan skup  $S(k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ . DFT je definisana kao:

$$S(k) = DFT[s(m)] = \sum_{m=0}^{N-1} s(m)e^{-jkm}. \quad (3.1.19.)$$

Inverznom operacijom se skup  $S(k)$  vraća u skup  $s(m)$ . Ova inverzija se naziva inverzna diskretna *Fourier-ova* transformacija (eng. *Inverse Discrete Fourier Transform - IDFT*):

$$s(m) = IDFT[S(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S(k)e^{jkm}. \quad (3.1.20.)$$

Skup  $s(m)$  je identičan skupu dobijenom odabiranjem frekvencijski ograničenog signala  $s(t)$  sa *Nyquist-ovom* frekvencijom odabiranja. DFT je procjena FT sa rezolucijom  $\Delta f = f_s/N = 1/T$ , gdje je  $T$  dužina posmatranog segmenta signala (prozora).

Pri izračunavanju različitih funkcija (npr. korelacije) posmatra se samo jedan segment signala (prozor). Prozorska funkcija  $w(t)$  se definiše u vremenskom opsegu kao  $w(t) = 0$ , za svako  $|t| > T/2$ . FT prozora  $W(\omega)$  je realna parna funkcija i nije frekvencijski ograničena. Množenjem ispitivanog signala sa prozorom dobija se signal koji je jednak nuli van tog prozora:

$$s_w(t) = s(t)w(t). \quad (3.1.21.)$$

U frekvencijskom domenu novi signal će biti:

$$S_w(\omega) = S(\omega) * W(\omega), \quad (3.1.22.)$$

gdje je „\*“ oznaka za konvoluciju. Prozor sa vrlo uskim spektrom rezultuje malom distorzijom. U medicinskim primjenama se koriste različiti tipovi prozora. Najjednostavniji prozor koji se primjenjuje je *Dirichlet-ov* (pravougaoni) prozor koji ima formu  $w(m) = 1$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots, N-1$ . Često se koristi *Hamming-ov* prozor koji je određen izrazom:

$$w(m) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi}{N}m\right); m = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (3.1.23.)$$

*Hamming-ov* prozor je napravljen sa ciljem da se minimizira uticaj tzv. bočnih lobova (listova) spektra.

Cjelokupna prethodna analiza je rađena za slučaj stacionarnih signala. U realnosti, većina signala je nestacionarna. Jednostavan način za prevazilaženje tog problema je da se signal podijeli na kraće sekvence. Podjela se obavlja tako da je svaki dio signala sam za sebe prozor stacionarnog procesa. Trajanja se određuju na osnovu unaprijed poznatih karakteristika signala ili ispitivanjem lokalnih osobina. U zavisnosti od primjene, pomenuta trajanja sekvenci mogu da budu jednaka ili različita. U ovim slučajevima se primjenjuje kratkotrajna FT signala sa oznakom STFT (eng. *Short-Time Fourier Transform*):

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

$$STFT_s(\omega, \tau) = F[s(t)w(t - \tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)w(t - \tau)e^{-j\omega\tau} dt. \quad (3.1.24.)$$

Prozor je pomjeren u vremenu za  $t = \tau$  tako da je FT izvedena u opsegu  $\tau - T/2 \leq t \leq \tau + T/2$ . STFT daje raspodjelu amplitude i faze u okolini  $t = \tau$ .

STFT je dvodimenzionalna vremensko-frekvencijska funkcija. Što je uži prozor, to je bolja vremenska rezolucija. Međutim tada se širi spektar, pa se povećava distorzija. Jedan od nedostataka ove metode je u tome što su vremenska i frekvencijska rezolucija povezane. Druge metode, kao npr. primjena *wavelet* tehnike imaju prednosti u tom smislu. Kod jako nestacionarnih signala, kao što je to govor, koriste se prozori jednakih dužina (10 do 20 ms). Kod EEG-a se koriste prozori različitih dužina trajanja (5 do 30 s).

Kada govorimo o digitalnim filtrima, tu podrazumijevamo diskretni sistem koji transformiše digitalni signal na svom ulazu  $x(n)$  u izlaznu sekvencu  $y(n)$ , kao što je to šematski prikazano na slici 3.1.4.

**Slika 3.1.4.** Opšta blok šema digitalnog filtra. Izlazni signal  $y(n)$  se dobija primjenom  $T[.]$  transformacije (koja predstavlja filter) na  $x(n)$ .



Transformaciona karakteristika  $T[.]$  identifikuje filter. Filter je vremenski zavisan ako je  $T[.]$  funkcija vremena; u suprotnom je vremenski invarijantan. Filter je linearan, ako i samo ako za par ulaza  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$  i par odgovarajućih izlaza  $y_1(n)$ ,  $y_2(n)$  važi:

$$T[ax_1 + bx_2] = aT[x_1] + bT[x_2] = ay_1 + by_2. \quad (3.1.25.)$$

U analizi bioloških signala pretežno su od interesa linearni vremensko-invarijantni filtri, iako ima primjena i onih nelinearnih i vremensko-zavisnih. Ovdje će biti razmotrena samo klasa linearnih vremensko-invarijantnih filtara.

Ponašanje filtra se uobičajeno prikazuje kao odnos izlaz-ulaz. Za tu svrhu se na ulaz dovode različiti signali i određuje izlaz. Od posebne važnosti za određivanje karakteristika filtra je par ulaz-izlaz: impulsna sekvencu  $\delta(n)$  – impulsni odziv. Dovedimo na ulaz filtra složenu sekvencu  $x(n)$ :

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k), \quad (3.1.26.)$$

i odzive na  $\delta(n-k)$  označimo kao  $h(n-k)$ . Ako je filtar vremenski-invarijantan, svaki zakašnjeli impuls će dati isti odziv ali vremenski pomjeren. Linearnost filtra obezbjeđuje da je izlaz  $y(n)$ :

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k). \quad (3.1.27.)$$

Izlaz i ulaz su povezani konvolucijom, a niz  $h(n)$  se naziva impulsni odziv filtra. On definiše svojstva samog filtra: stabilnost i kauzalnost. Stabilnost osigurava da konačni ulazi daju konačne izlaze. Posmatrano na impulsnom odzivu može se pokazati da je filtar stabilan ako i samo ako:

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |h(k)| < \infty. \quad (3.1.28.)$$

Kauzalnost znači da filtar neće dati odziv prije nego što je primijenjen signal na ulazu. To je u skladu sa shvatanjem o realnim sistemima, ali nije neophodno da važi za digitalne filtre. Filtar je kauzalan ako i samo ako je:

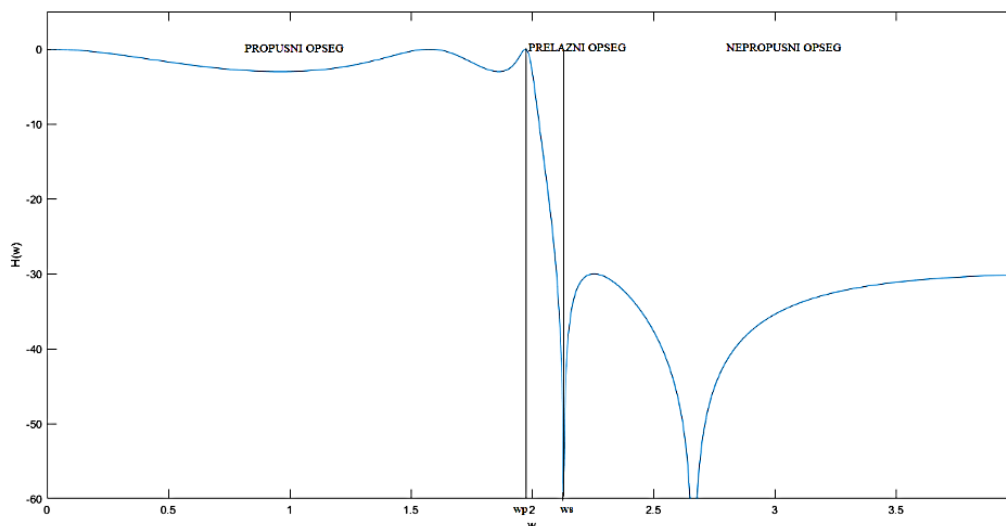
$$h(k) = 0, k < 0. \quad (3.1.29.)$$

Uobičajeni način klasifikacije digitalnih filtara je zasnovan na karakteristikama njihovog impulsnog odziva. Za FIR (eng. *Finite Impulse Response* – konačni impulsni odziv) filtre  $h(n)$  se sastoji od konačnog broja članova različitih od nule, dok je za IIR (eng. *Infinite Impulse Response* – beskonačni impulsni odziv) filtre ovaj broj beskonačan. Evidentno je da ako želimo beskonačan odziv na impuls, IIR mora da ima povratnu spregu. To zahtijeva da se posebna pažnja posveti stabilnosti ovih filtara.

Kod digitalnih filtara moramo voditi računa o kriterijumima projektovanja istih. U mnogim slučajevima, filtri su projektovani tako da zadovoljavaju određene zahtjeve u pogledu frekvencijskog odziva, što opet zavisi od njihove aplikacije. Poznato je da idealni filtri praktično ne mogu da se realizuju, ali možemo da projektujemo FIR i IIR filtre koji su im vrlo bliski. Slika ispod prikazuje amplitudsko frekvencijsku karakteristiku filtra propusnika niskih učestanosti (slika 3.1.5.).

**Slika 3.1.5.** Amplitudsko frekvencijska karakteristika realnog filtra propusnika niskih učestanosti.

# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



Postoji mnogo tehnika od kojih su neke jednostavne za primjenu, a neke zahtijevaju značajne računarske resurse. Ove tehnike uključuju metodu prozora, frekvencijsko odabiranje ili jednake *ripple* (talasanje) vrijednosti za FIR filtre. Kod IIR filtera poznate su metode koje se zasnivaju na transformaciji odgovarajućeg analognog filtra, npr. bilinearna ili impulsna invarijantna transformacija. Izbor tipa IIR filtra (npr. *Butterworth*-ov, *Chebyshev*-ljev ili eliptički filter) zavisi od zadatih specifikacija.[36]-[38]

## 3.2. Hilbert-ova transformacija

### 3.2.1. Definicija Hilbert-ove transformacije

Ako je  $x(t)$  realna funkcija, njena *Hilbert*-ova transformacija [39][40]  $\hat{x}(t)$  je definisana kao:

$$\hat{x}(t) = H\{x(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \frac{1}{t - \tau} d\tau. \quad (3.2.1.1.)$$

Iz (3.2.1.1.) se može zaključiti da kao rezultat ove transformacije nezavisna varijabla nije promijenjena, odnosno da je output  $\hat{x}(t)$  takođe vremensko zavisna funkcija. Dodatno,  $\hat{x}(t)$  je linearna funkcija od  $x(t)$ . Ona se dobija od  $x(t)$  primjenom konvolucije sa  $(\pi t)^{-1}$ , kako je prikazano sljedećom relacijom:

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{\pi t} * x(t). \quad (3.2.1.2.)$$

Ako primijenimo *Fourier*-ovu transformaciju na (3.2.1.2), dobijamo:

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

$$\hat{X}(f) = F\{\hat{x}(t)\} = \frac{1}{\pi} F\left\{\frac{1}{t}\right\} F\{x(t)\}. \quad (3.2.1.3.)$$

Pošto je:

$$F\left\{\frac{1}{t}\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x} e^{-j2\pi fx} dx = -j\pi \operatorname{sgn}(f), \quad (3.2.1.4.)$$

gdje je:

$\operatorname{sgn}(f) = +1$ , ako je  $f > 0$ ,

$0$ , ako je  $f = 0$  i

$\operatorname{sgn}(f) = -1$ , ako je  $f < 0$ ,

onda je *Fourier*-ova transformacija *Hilbert*-ove transformacije od  $x(t)$  iz (3.2.1.3.) data kao:

$$\hat{X}(f) = F\{\hat{x}(t)\} = -j \operatorname{sgn}(f) F\{x(t)\}. \quad (3.2.1.5.)$$

U frekvencijskom domenu, rezultat se dobija množenjem spektra funkcije  $x(t)$  sa  $j$  ( $+90^\circ$ ) za negativne, odnosno  $-j$  ( $-90^\circ$ ) za pozitivne frekvencije. Što se tiče vremenskog domena, rezultat se može dobiti primjenom inverzne *Fourier*-ove transformacije:

$$\hat{x}(t) = IFT\{\hat{X}(f)\}, \quad (3.2.1.6.)$$

gdje je:

$$\hat{X}(f) = \begin{cases} jX(f), & f < 0 \\ -jX(f), & f > 0 \end{cases}. \quad (3.2.1.7.)$$

### 3.2.2. Osnovne osobine *Hilbert*-ove transformacije

Slijedi kratak pregled nekih osnovnih osobina *Hilbert*-ove transformacije.

Neka su  $\hat{x}(t) = H\{x(t)\}$ ,  $\hat{x}_1(t) = H\{x_1(t)\}$  i  $\hat{x}_2(t) = H\{x_2(t)\}$  i neka su  $a, a_1$  i  $a_2$  neke proizvoljne konstante. Tada *Hilbert*-ova transformacija zadovoljava sljedeće osnovne osobine:[41]

$$\text{I Linearnost: } H\{a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)\} = a_1 H\{x_1(t)\} + a_2 H\{x_2(t)\}, \quad (3.2.2.1.)$$

$$\text{II Vremensko pomjeranje: } H\{x(t - a)\} = \hat{x}(t - a), \quad (3.2.2.2.)$$

$$\text{III Skaliranje: } H\{x(at)\} = \hat{x}(at), a > 0, \quad (3.2.2.3.)$$

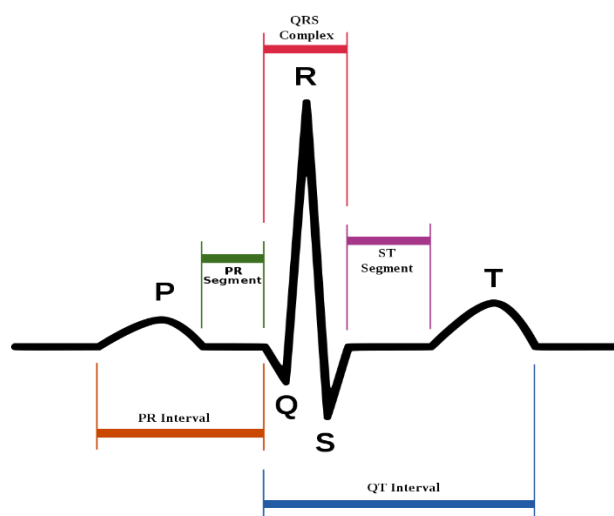
$$\text{IV Vremensko preslikavanje: } H\{x(-at)\} = -\hat{x}(-at), a > 0, \quad (3.2.2.4.)$$

$$\text{V Derivacija: } H\{x'(t)\} = \hat{x}'(t). \quad (3.2.2.5.)$$

### 3.2.3. Značaj i primjena u analizi biomedicinskih signala

*Hilbert*-ova transformacija je veoma značajna u analizi biomedicinskih signala. Ona se može koristiti pri njihovoj obradi, a najveću primjenu ima kod EKG i PPG signala. Ako posmatramo oblik EKG signala (slika 3.2.3.1.) možemo uočiti da njegov najizraženiji dio (QRS kompleks) ima oblik deformisanog sinusnog talasa.[42] Ova sličnost može biti veoma korisna tokom primjene *Hilbert*-ove transformacije u obradi i analizi EKG signala, što će u daljem tekstu biti pokazano.

Slika 3.2.3.1. Segmenti u jednom pulsu EKG signala.



Izvor: [https://en.wikipedia.org/wiki/ST\\_segment#/media/File:SinusRhythmLabels.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/ST_segment#/media/File:SinusRhythmLabels.svg)

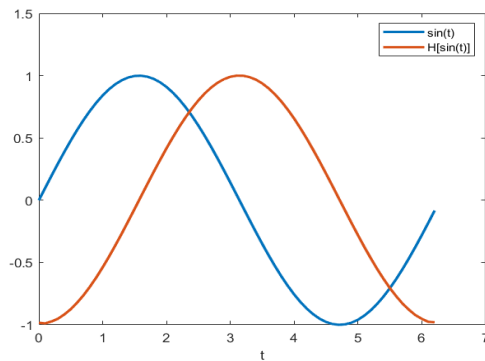
Neka je  $x(t) = \sin(t)$ . Tada je *Hilbert*-ova transformacija  $H[x(t)] = H[\sin(t)] = -\cos(t)$ , te možemo konstruisati sljedeći analitički signal:

$$z(t) = x(t) + iH[x(t)] = \sin(t) + iH[\sin(t)] = \sin(t) - i\cos(t) = -ie^{it}. \quad (3.2.3.1.)$$

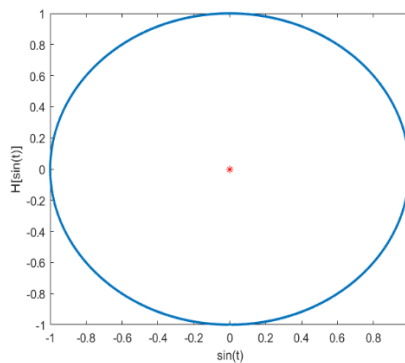
Očigledno,  $z(t)$  je analitički signal i takođe parametrizacija jediničnog kruga u kompleksnoj ravni (slike 3.2.3.2. i 3.2.3.3.).

**Slika 3.2.3.2.** Grafik  $x(t) = \sin(t)$  i njegova *Hilbert*-ova transformacija  $H[x(t)] = -\cos(t)$  u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ . *Hilbert*-ova transformacija funkcije  $x(t) = \sin(t)$  je dobijena numeričkim putem.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



**Slika 3.2.3.3.** Grafik funkcije  $x(t) = \sin(t)$  u odnosu na *Hilbert*-ovu transformaciju  $H[x(t)] = -\cos(t)$  u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ . Kako je i očekivano, grafik je jedinični krug. *Hilbert*-ova transformacija funkcije  $x(t) = \sin(t)$  je dobijena numeričkim putem.

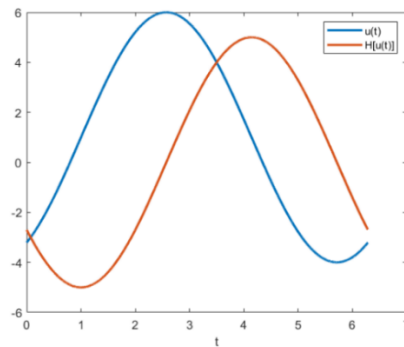


Da bismo bolje “imitirali” QRS kompleks, možemo izvršiti malu modifikaciju sinusnog talasa tako što ćemo ga deformisati. Na tako odrađenu modifikaciju polaznog signala odrađićemo *Hilbert*-ovu transformaciju. Sada imamo modifikovani početni signal  $u(t)$  i njegovu *Hilbert*-ovu transformaciju  $H[u(t)]$  kako je prikazano na slici 3.2.3.4. Zatim možemo konstruisati i analitički signal  $w(t) = u(t) + iH[u(t)]$ . Posmatrajući signal  $u(t)$ , možemo reći da on više podsjeća na QRS kompleks sa slike 3.2.3.1. nego čisti sinusni talas  $x(t)$ . Ako uporedimo grafike  $H[x(t)]$  u zavisnosti od  $x(t)$  (slika 3.2.3.3.) i  $H[u(t)]$  u zavisnosti od  $u(t)$  (slika 3.2.3.5.), možemo izvesti zaključak da pošto  $u(t)$  nije čisti sinusni signal onda ni odgovarajući grafik  $H[u(t)] = f(u(t))$  nije pravilan krug, već je on takođe deformisan, odnosno pomjeren u odnosu na tačku (0,0). Možemo još primijetiti da je i ovakav izmijenjeni krug zatvoren i da okružuje koordinatni početak.

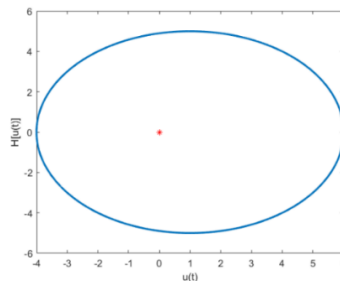
**Slika 3.2.3.4.** Grafik  $u(t)$  i  $H[u(t)]$ . Ovdje je  $u(t)$  ustvari deformisani sinusni talas dobijen numeričkim putem u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ . *Hilbert*-ova transformacija  $H[u(t)]$  je takođe dobijena numeričkim putem.



## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



**Slika 3.2.3.5.** Grafik funkcije  $u(t)$  u odnosu na *Hilbert*-ovu transformaciju  $H[u(t)]$  u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ . Obje funkcije su dobijene numeričkim putem i kako se može primijetiti grafik je malo deformisani, odnosno pomjereni krug.



Da zaključimo, ako je  $z(t) = x(t) + iH[x(t)]$  analitičko proširenje  $x(t)$ , gdje je  $x(t)$  grafik QRS kompleksa, tada je grafik  $(x(t), H[x(t)])$  zatvorena petlja oko koordinatnog početka. Naravno, ovo zahtijeva da je  $x(t)$  simetričan u odnosu na x-osu i da srednja vrijednost za realan EKG signal bude 0 [V]. Ukoliko ovo nije slučaj, može se regulisati odstranjivanjem suvišnih vrijednosti čime se na taj način postiže eliminacija nenulte srednje vrijednosti EKG signala i u konačnom postiže željena simetrija.

Prije nego što budemo predstavili primjenu *Hilbert*-ove transformacije na realne EKG signale, veoma je interesantno ispitati koju orijentaciju ima zatvorena petlja QRS kompleksa proširenog u analitički signal. Pretpostavka je da je QRS talas predstavljen pomoću deformisanog sinusnog talasa. Jednostavna deformacija sinusnog talasa neće promijeniti orijentaciju grafika. Stoga, sasvim je dovoljno ispitati inicijalni (nedeformisani) sinusni talas:

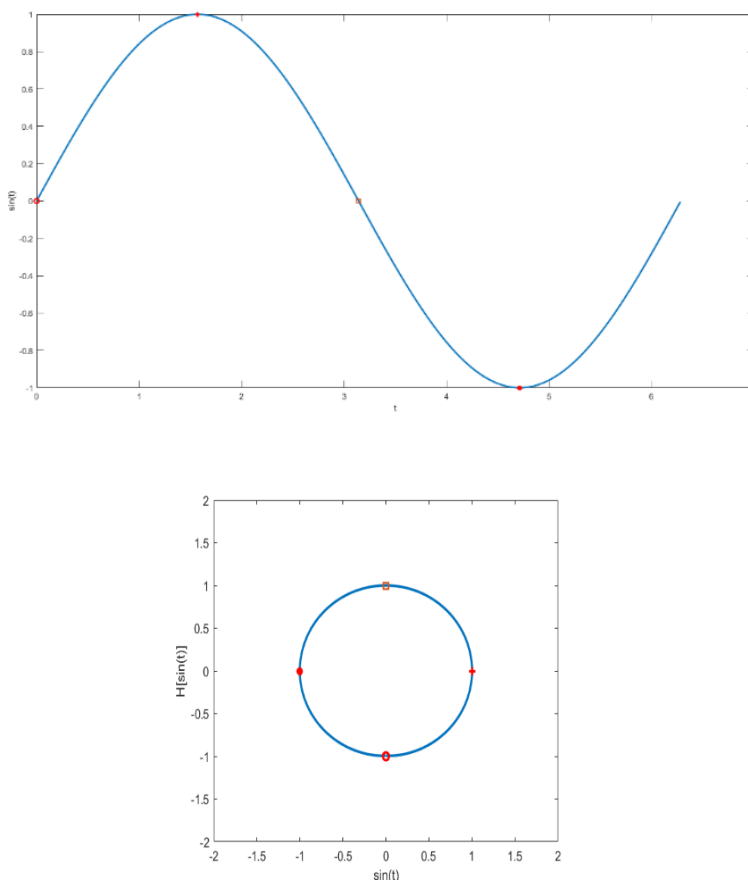
$$z(t) = \sin(t) - i\cos(t) = -ie^{it}. \quad (3.2.3.2.)$$

Kao i ranije, interval je u opsegu  $0 \leq t \leq 2\pi$ , dok jednostavnim izračunavanjem dobijamo:  $z(0) = -i$ ,  $z(\pi/2) = 1$ ,  $z(\pi) = i$ ,  $z(3\pi/2) = -1$  i  $z(2\pi) = -i$ . Iz izračunatog da se zaključiti da je orijentacija zatvorene krive u smjeru suprotnom od kazaljke na časovniku, što je predstavljeno na dva grafika sa slike 3.2.3.6.

**Slika 3.2.3.6.** Grafik funkcije  $x(t) = \sin(t)$  (gore) i grafik funkcije  $\sin(t)$  u odnosu na  $H[\sin(t)]$  (dolje) u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ . Ova dva grafika su postavljena jedno uz drugo da bi se pokazala

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

orijentacija zatvorene kružne petlje. Ovi grafici potvrđuju da je orijentacija zaista u smjeru suprotnom od kazaljke na satu, što je dokazano i analitički.



Sada ćemo odraditi analizu realnog EKG signala. Neka je  $ECG(t)$  realan EKG signal predstavljen na slici 3.2.3.7. Sa slike možemo vidjeti da je prikazan interval od  $5s$  ( $0 \leq t \leq 5s$ ). Poredeći crtež EKG-a sa slike 3.2.3.1. sa grafikom sa slike 3.2.3.7., veoma je lako razlikovati QRS segment u  $ECG(t)$ . Odokativno, može se uočiti 9 jasno izraženih *peak*-ova. Svaki *peak* predstavlja QRS kompleks. Osim njega, relativno lako je vidjeti da postoje i manji *peak*-ovi prije i poslije svakog QRS kompleksa. To su P (koji se pojavljuju prije svakog QRS kompleksa) i T talasi (koji se pojavljuju nakon svakog QRS kompleksa), pri čemu se P talasi teže uočavaju zbog svoje male amplitude, ali su svakako vidljivi.

Numeričkim putem možemo izračunati *Hilbert*-ovu transformaciju signala  $ECG(t)$ . Na slici 3.2.3.8. nacrtan je grafik *Hilbert*-ove transformacije  $H[ECG(t)]$  u vremenskom domenu na istom grafiku zajedno sa originalnim signalom  $ECG(t)$ . Ono što je interesantno ovdje jeste činjenica da se *Hilbert*-ova transformacija  $H[ECG(t)]$  blizu velikih *peak*-ova ponaša kao funkcija  $1/t$ . To se dešava jer u tim segmentima signala  $ECG(t)$  *peak*-ovi liče na *Dirac*-ovu delta funkciju. Iako ovi *peak*-ovi nisu prave *Dirac*-ove delta funkcije (jer, podsjetimo se da je *Dirac*-ova delta funkcija raspodjela), oni se ipak mogu aproksimirati sa  $f_n(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{n}{\pi}} e^{-nt^2/4}$  što predstavlja niz funkcija.

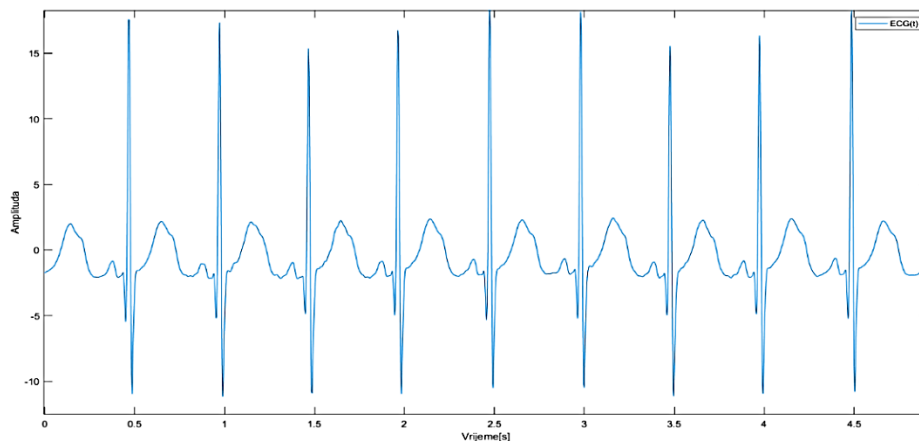
Kada  $n \rightarrow \infty$ ,  $f_n(t) \rightarrow \delta(t)$  u smislu raspodjele. Numerički se može vidjeti sa slike 3.2.3.9. da kako  $n$  raste,  $f_n(t)$  počinje da podsjeća na pravi puls. Dalje, na slici 3.2.3.10. prikazan je grafik  $H[f_n(t)]$  za različite vrijednosti  $n$ . Slično, kako  $n$  raste, funkcija  $H[f_n(t)]$  postepeno teži da liči nečemu sličnom funkciji  $1/t$ . Ovo nije slučajno jer u pogledu distribucije imamo da je:

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

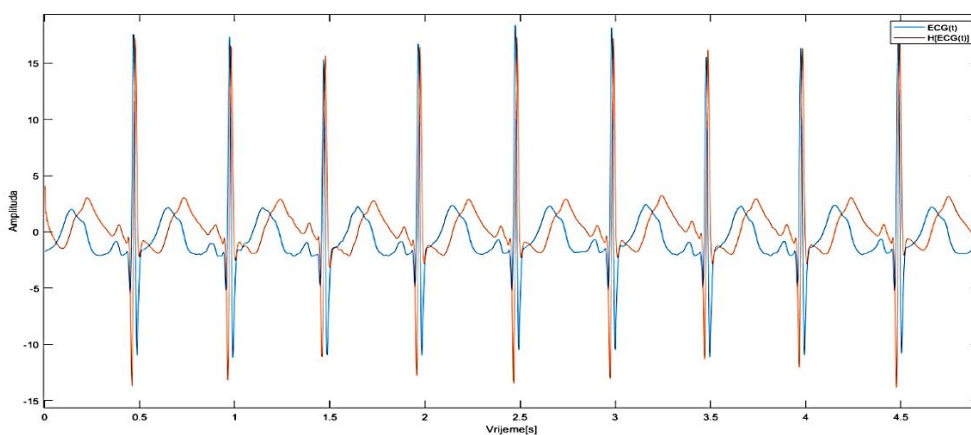
$$H[\delta(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta(\tau)}{t - \tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \frac{1}{t} = \frac{1}{\pi t}, \quad (3.2.3.3.)$$

što objašnjava ponašanje  $H[ECG(t)]$  u segmentima najviših *peak*-ova signala  $ECG(t)$ .

**Slika 3.2.3.7.** Grafik EKG signala  $ECG(t)$  u intervalu  $0 \leq t \leq 5$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . Prikazano je 9 QRS kompleksa predstavljenih pomoću *peak*-ova najviših amplituda. Drugi najveći *peak*-ovi koji se pojavljuju nakon QRS kompleksa su T talasi, dok su treći najveći *peak*-ovi P talasi i oni prethode QRS-u.

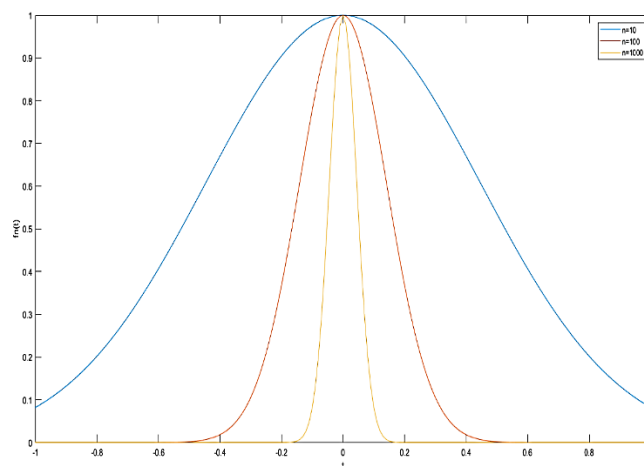


**Slika 3.2.3.8.** Grafik EKG signala  $ECG(t)$  i njegove *Hilbert*-ove transformacije  $H[ECG(t)]$  u intervalu  $0 \leq t \leq 5$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . *Hilbert*-ova transformacija u blizini *peak*-ova EKG signala podsjeća na funkciju  $1/t$ .

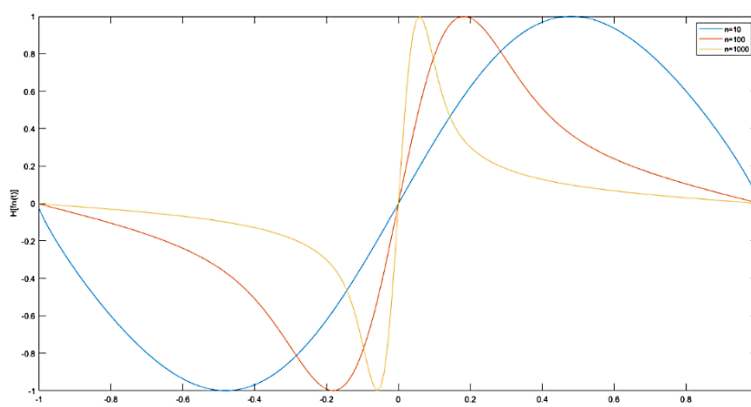


**Slika 3.2.3.9.** Grafik niza funkcija  $f_n(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{n}{\pi}} e^{-nt^2/4}$  u intervalu  $-1 \leq t \leq 1$  za  $n=10$ ,  $n=100$  i  $n=1000$ . Kako  $n$  raste,  $f_n(t)$  sve više liči na puls. Analitički  $f_n(t) \rightarrow \delta(t)$  u smislu raspodjele kada  $n \rightarrow \infty$ .

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



**Slika 3.2.3.10.** Grafik funkcije  $H[f_n(t)] = H\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{n}{\pi}} e^{-nt^2/4}\right]$  u intervalu  $-1 \leq t \leq 1$  za  $n=10$ ,  $n=100$  i  $n=1000$ . Hilbert-ova transformacija je za svaku  $f_n(t)$  dobijena numeričkim putem. Kako  $n$  raste,  $H[f_n(t)]$  sve više podsjeća na funkciju  $1/t$ .



Kako je rečeno ranije, QRS kompleks “imitira“ deformisani sinusni talas. Da li se ovo može koristiti pri detekciji *peak*-ova kod čitavog EKG signala? Ako imamo  $ECG(t)$  i  $H[ECG(t)]$  možemo proširiti EKG signal u analitičku formu:

$$z(t) = ECG(t) + iH[ECG(t)]. \quad (3.2.3.4.)$$

Na slici 3.2.3.11. prikazan je grafik  $H[ECG(t)]$  u odnosu na  $ECG(t)$ . Pažljivim posmatranjem ovog grafika moguće je uočiti 9 glavnih petlji koje okružuju koordinatni početak. Prema izloženom od ranije, kao i činjenici da je Hilbert-ova transformacija linearni operator, svaka glavna petlja bi trebalo da odgovara tačno jednom QRS kompleksu. Da bismo to dokazali, izdvojicemo samo jednu petlju. To ćemo postići tako što ćemo izdvojiti vremenski interval prvog EKG pulsa  $ECG(t)$  signala, tj.  $0.3 \leq t \leq 0.8s$ . Ovaj dio  $ECG(t)$  signala prikazan je na slici 3.2.3.12., kao i njegov odgovarajući grafik  $H[ECG(t)]$  u odnosu na  $ECG(t)$  (slika 3.2.3.13.), oba u intervalu  $0.3 \leq t \leq 0.8s$ . Kako se može primijetiti sa slike 3.2.3.13., sada imamo samo jednu veliku petlju, što ide u prilog pređašnje postavljenoj pretpostavci da svaka petlja odgovara jednom QRS segmentu  $ECG(t)$

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

signala. Međutim, još uvijek imamo “višak” u vidu manjih petlji blizu koordinatnog početka. Trebamo pokazati da ovo ne pripada QRS kompleksu.

Da bismo to pokazali, definisaćemo sljedeće za  $0.3 \leq t \leq 0.8s$ :

$$QRS(t) = ECG(t) \cdot \lambda_{[0.45, 0.52]}(t). \quad (3.2.3.5.)$$

Na ovaj način izdvajamo QRS segment od ostatka signala (slika 3.2.3.14.) i drugih talasa (P i T talasa), radi bolje analize istog. Sa samog grafika možemo uočiti da ovaj isječak  $QRS(t)$  zaista podsjeća na deformisani sinusni talas. Sada možemo takođe proširiti  $QRS(t)$  u analitički oblik:

$$z_{QRS}(t) = QRS(t) + iH[QRS(t)]. \quad (3.2.3.6.)$$

Neophodno je još uvesti definiciju rezidualnog signala  $r(t)$ , a on predstavlja sve ono u  $ECG(t)$  u intervalu  $0.3 \leq t \leq 0.8s$  što nije QRS kompleks:

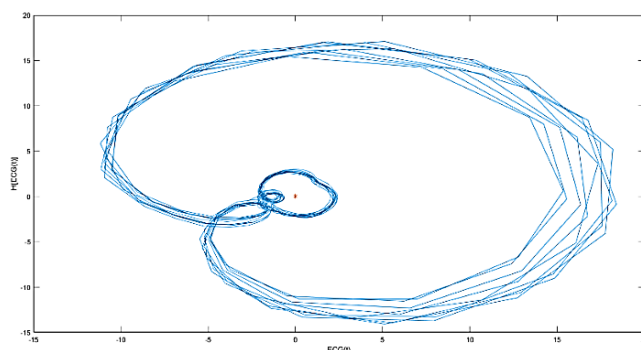
$$r(t) = ECG(t) \cdot \lambda_{[0.3, 0.8]} - QRS(t). \quad (3.2.3.7.)$$

Sada posmatramo analitički signal  $z_{QRS}(t)$ . Grafik  $QRS(t)/H[QRS(t)]$  sa slike 3.2.3.15. pokazuje da  $z_{QRS}(t)$  generiše jednu (glavnu) petlju oko koordinatnog početka. Ipak, i dalje je potrebno pokazati da numerička *Hilbert*-ova transformacija ispoljava svoje linearno ponašanje. Ukoliko je zaista linearna, tada važi:

$$\begin{aligned} 0 &= |H[QRS(t)] - H[QRS(t)]| = |H[QRS(t)] - H[ECG(t) \cdot \lambda_{[0.3, 0.8]}(t) - r(t)]| \\ &= |H[QRS(t)] + H[r(t)] - H[ECG(t) \cdot \lambda_{[0.3, 0.8]}(t)]|. \end{aligned} \quad (3.2.3.8.)$$

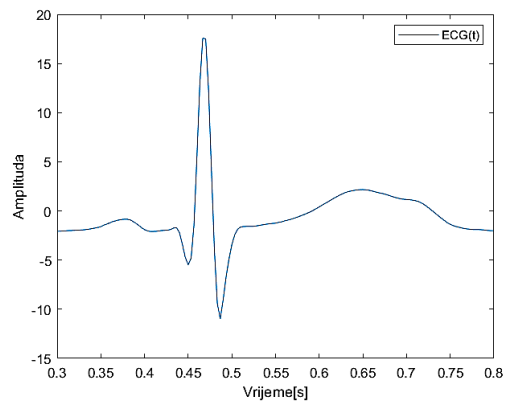
Sa slike 3.2.3.16. možemo uočiti da je greška veoma mala i da su njene vrijednosti blizu nule tokom čitavog intervala. Iz prethodno navedenog se može zaključiti da je dokazana linearnost numeričke *Hilbert*-ove transformacije.

**Slika 3.2.3.11.** Grafik  $ECG(t)$  u odnosu na  $H[ECG(t)]$  u intervalu  $0 \leq t \leq 5$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . Ukoliko se pogleda pažljivo, mogu se uočiti 9 petlji koje okružuju koordinatni početak (crvena zvjezdica).

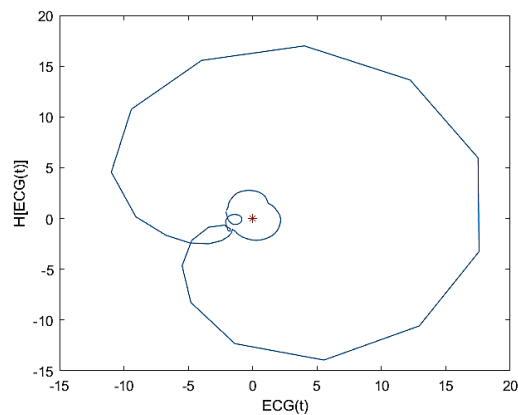


**Slika 3.2.3.12.** Grafik  $ECG(t)$  u intervalu  $0.3 \leq t \leq 0.8$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . Tačno jedan *peak* (QRS kompleks) se nalazi u okviru ovog intervala.

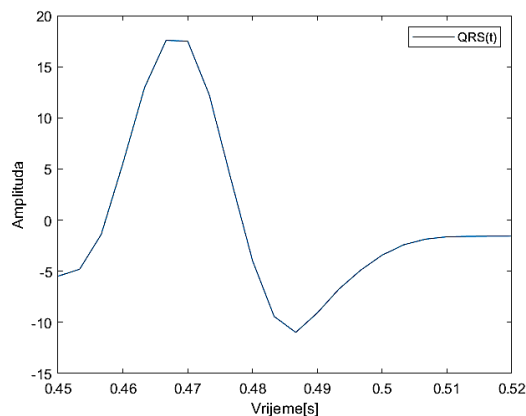
## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



**Slika 3.2.3.13.** Grafik  $ECG(t)$  u odnosu na  $H[ECG(t)]$  u intervalu  $0.3 \leq t \leq 0.8$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . U okviru ovog intervala se može uočiti tačno jedna petlja na grafiku koja zatvara koordinatni početak (crvena zvjezdica).

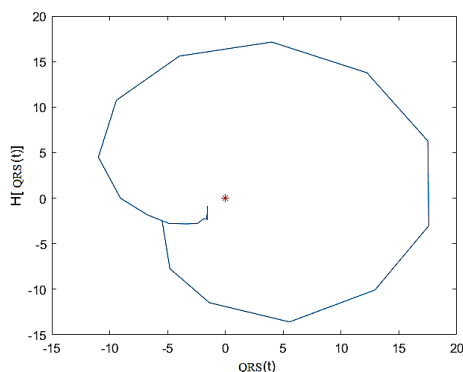


**Slika 3.2.3.14.** Grafik  $QRS(t) = ECG(t) \cdot \lambda_{[0.45, 0.52]}$  u intervalu  $0.45 \leq t \leq 0.52$  gdje je QRS kompleks izdvojen iz EKG pulsa na način što je ostatak pulsa (sve ono što nije QRS kompleks) stavljen na 0. Kako se može uočiti, QRS kompleks podsjeća na deformisani sinusni talas.

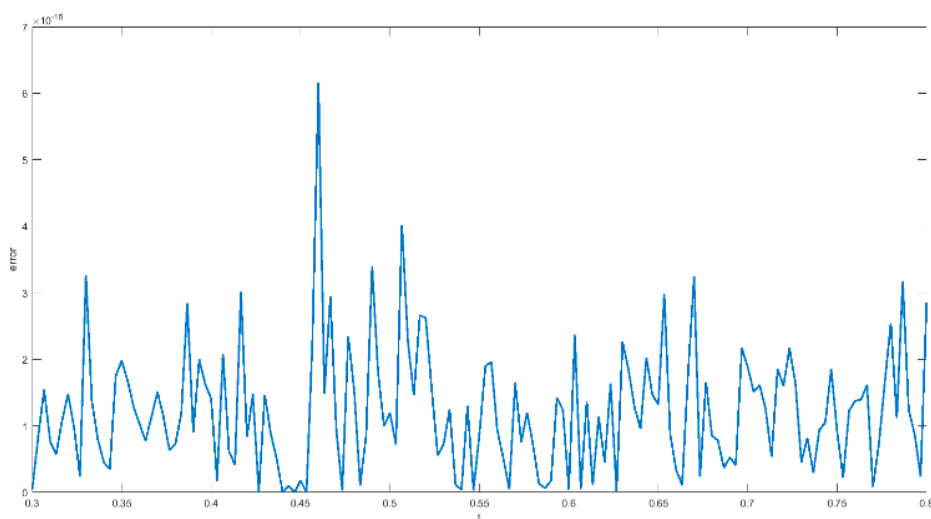


## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

**Slika 3.2.3.15.** Grafik  $QRS(t)$  u odnosu na  $H[QRS(t)]$  u intervalu  $0.3 \leq t \leq 0.8$ , gdje je  $t$  vrijeme u s. U okviru ovog intervala se može uočiti tačno jedna petlja na grafiku koja zatvara koordinatni početak (crvena zvjezdica), bez “suvišnih” manjih krugova oko istog. Ovo znači da analitičko proširenje  $QRS(t)$  odgovara jednoj glavnoj petlji koja zatvara koordinatni početak.



**Slika 3.2.3.16.** Grafik greške  $|H[QRS(t)]+H[r(t)]-H[ECG(t)*\lambda_{[0.3,0.8]}]|-|H[QRS(t)+r(t)-ECG(t)*\lambda_{[0.3,0.8]}]|$ . S obzirom da je greška mala, linearnost *Hilbert*-ove transformacije je dokazana.



Međutim, postoje situacije u kojima metoda detektovanja QRS kompleksa pomoću *Hilbert*-ove transformacije ne daje rezultate. Kao primjer za to može poslužiti EKG signal,  $ECG(t)$  sa slike 3.2.3.17. Razlika kod ovog signala u odnosu na prethodni jeste u tome što je amplituda *R-peak*-a QRS kompleksa znatno niža. Kao što je za prošli signal rađeno, i ovdje možemo definisati analitički oblik:

$$z(t) = ECG(t) + iH[ECG(t)]. \quad (3.2.3.9.)$$

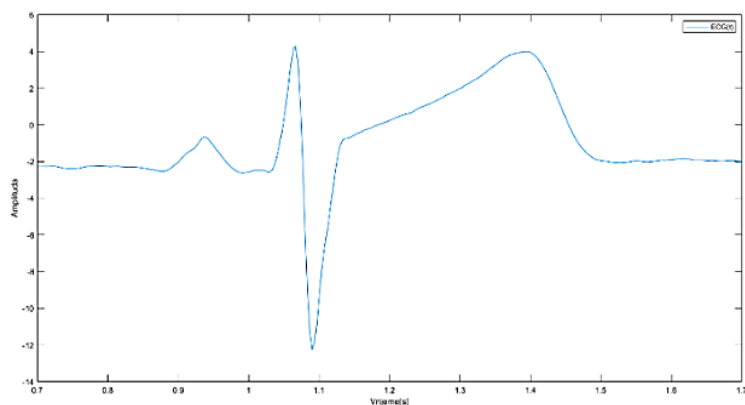
Takođe možemo nacrtati grafik  $H[ECG(t)]/ECG(t)$ , kao na slici 3.2.3.18. Na njemu ovoga puta ne možemo više uočiti samo jednu glavnu petlju, kao što je bio slučaj sa prethodnim primjerom EKG signala. Iz tog razloga će metoda detekcije QRS kompleksa primjenom *Hilbert*-ove transformacije

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

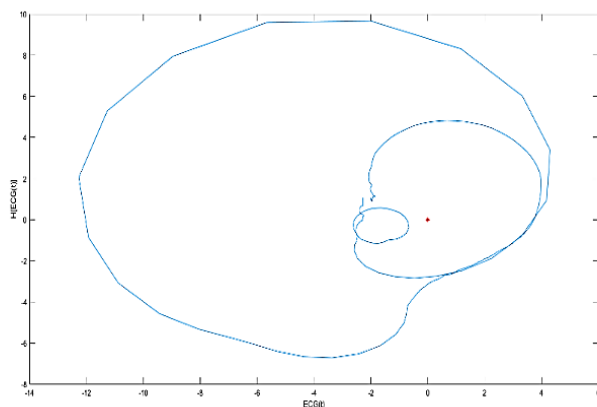
u ovakvim slučajevima biti neuspješna, odnosno doći će do situacije da se QRS kompleks neće detektovati ili će se T talas interpretirati kao QRS kompleks.

Da zaključimo, da bi ovaj metod funkcionisao, amplituda R-*peak*-ova QRS kompleksa mora biti izražena u odnosu na ostatak EKG signala.

**Slika 3.2.3.17.** Grafik izdvojenog pulsa EKG signala sa nižim QRS kompleksom u odnosu na T talas.



**Slika 3.2.3.18.** Grafik  $ECG(t)$  u odnosu na  $H[ECG(t)]$  kod EKG signala sa sa nižim QRS kompleksom u odnosu na T talas.

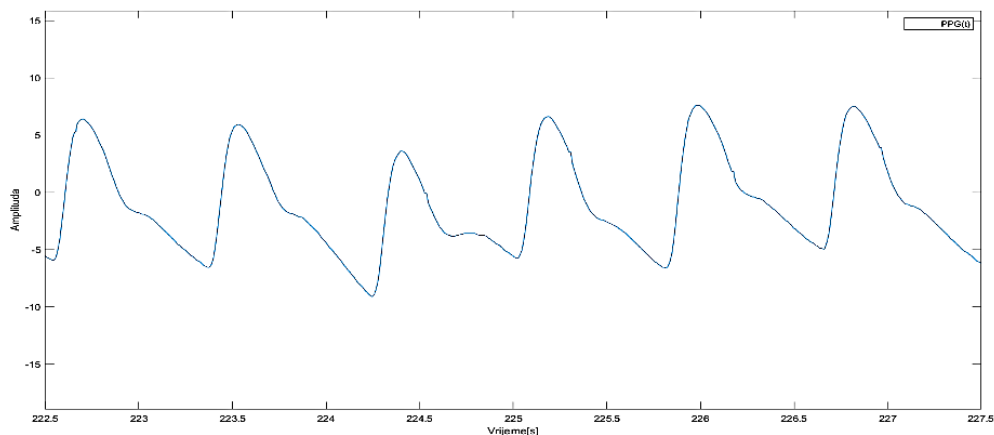


Slična analiza se može primijeniti i na PPG signal. Na slici 3.2.3.19. je predstavljen jedan PPG signal  $PPG(t)$  u vremenskom intervalu od 5s [222.5,227.5].

**Slika 3.2.3.19.** Grafik PPG signala  $PPG(t)$  u intervalu  $222.5 \leq t \leq 227.5$ , gdje je  $t$  vrijeme u s. Sa njega se jasno uočavaju 6 *peak*-ova od kojih svaki predstavlja PPG puls.

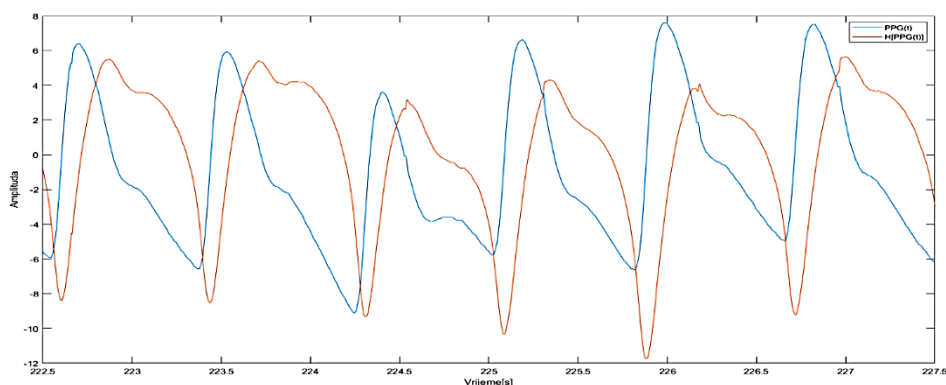


## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



Ukoliko na signal  $PPG(t)$  primijenimo *Hilbert*-ovu transformaciju, dobićemo  $H[PPG(t)]$  što je predstavljeno na slici 3.2.3.20. Iz njega se može zaključiti da se signal  $PPG(t)$  ponaša slično kao i EKG signal  $ECG(t)$  iz prethodne analize kada je u pitanju *Hilbert*-ova transformacija, odnosno da u blizini velikih *peak*-ova izgleda kao funkcija  $1/t$ . U tim segmentima i u slučaju PPG signala imamo ponašanje *Dirac*-ove delta funkcije.

**Slika 3.2.3.20.** Grafik PPG signala  $PPG(t)$  i njegove *Hilbert*-ove transformacije  $H[PPG(t)]$  u intervalu  $222.5 \leq t \leq 227.5$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . *Hilbert*-ova transformacija u blizini *peak*-ova PPG signala podsjeća na funkciju  $1/t$ , slično kao i kod EKG signala  $ECG(t)$ .



Sada kada imamo  $PPG(t)$  i  $H[PPG(t)]$  opet možemo definisati PPG signal u analitičkoj formi:

$$y(t) = PPG(t) + iH[PPG(t)], \quad (3.2.3.10.)$$

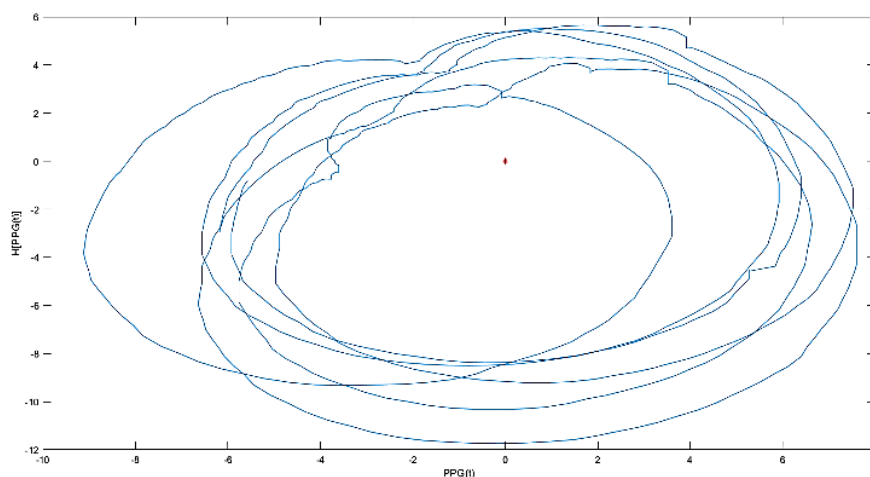
a takođe i nacrtati grafik  $H[PPG(t)]$  u zavisnosti od  $PPG(t)$  kako je to predstavljeno na slici 3.2.3.21. Sa nje se može jasno uočiti 6 glavnih zatvorenih petlji koje okružuju koordinatni početak i koje odgovaraju pulsevima (ima ih takođe ukupno 6) PPG signala sa slike gore (slika 3.2.3.20.), što navodi na zaključak da svaka petlja odgovara jednom puls PPG signala  $PPG(t)$ . Međutim, ovo je potrebno dokazati. Da bismo to odradili iz  $PPG(t)$  ćemo izdvojiti jedan puls  $P(t)$  u trajanju od 0.9 s na sljedeći način:

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

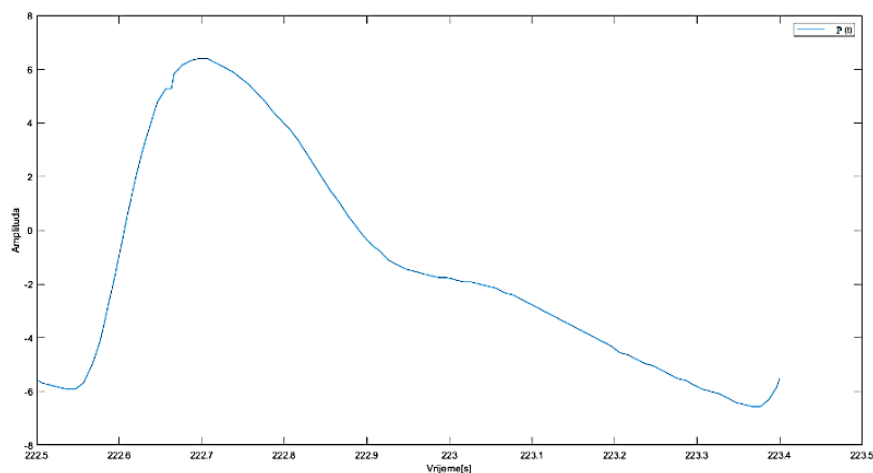
$$P(t) = PPG(t) \cdot \psi_{[222.5, 223.4]}(t). \quad (3.2.3.11.)$$

Ovaj izdvojeni puls je predstavljen na slici 3.2.3.22., a u skladu sa pređašnjim procesom analize prikazan je i grafik  $H[P(t)]/P(t)$  (slika 3.2.3.23.).

**Slika 3.2.3.21.** Grafik  $PPG(t)$  u odnosu na  $H[PPG(t)]$  u intervalu  $222.5 \leq t \leq 227.5$ , gdje je  $t$  vrijeme u s. Ukoliko se pogleda pažljivo, mogu se uočiti 6 petlji koje okružuju koordinatni početak (crvena zvjezdica).

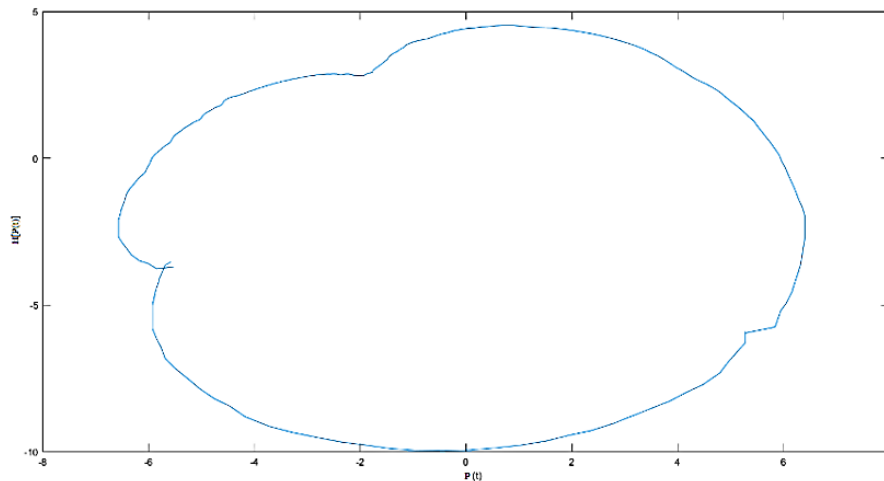


**Slika 3.2.3.22.** Grafik  $P(t)$  u intervalu  $222.5 \leq t \leq 223.4$ , gdje je  $t$  vrijeme u s. Tačno jedan *peak* (PPG puls) se nalazi u okviru ovog intervala.



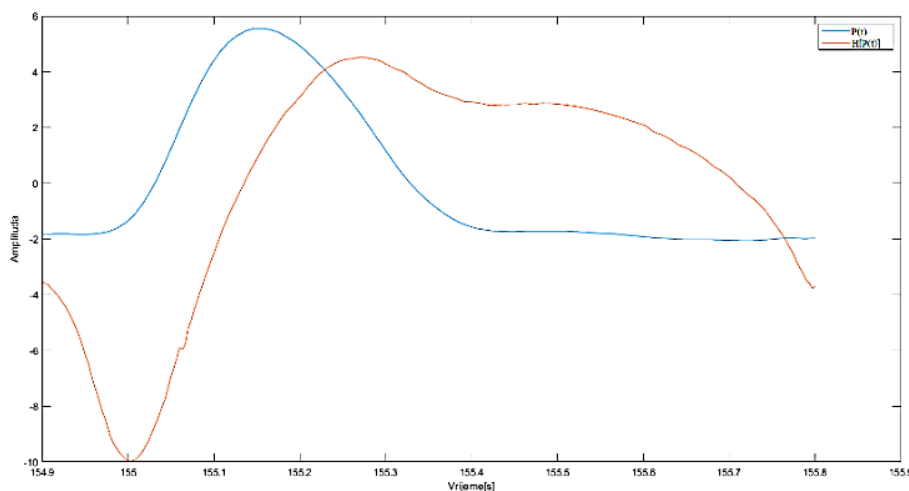
**Slika 3.2.3.23.** Grafik  $H[P(t)]$  u odnosu na  $P(t)$  u intervalu  $222.5 \leq t \leq 223.4$ , gdje je  $t$  vrijeme u s. U okviru ovog intervala se može uočiti tačno jedna petlja na grafiku koja zatvara koordinatni početak (crvena zvjezdica).

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



Sa slika iznad da se zaključiti da jedna petlja oko koordinatnog početka odgovara tačno jednom pulsu  $P(t)$  PPG signala. Za razliku od EKG signala  $ECG(t)$  ovdje nemamo pojavu takoreći „viška“, odnosno dodatnih *peak*-ova, kao što je to slučaj kod izdvojenog EKG pulsa sa slike 3.2.3.12. i 3.2.3.13. Zato kod PPG signala nemamo potrebu za daljom obradom da bismo dokazali linearnost *Hilbert*-ove transformacije u njegovoj analizi. Iz tog razloga je PPG signal mnogo podesniji za analizu, jer se u njegovom slučaju ne mogu javiti „neželjeni“ izraženi *peak*-ovi (osim onih u vidu šuma) koji bi smetali u procesu analize. Malo drugačiji puls PPG signala i njegova *Hilbert*-ova transformacija prikazana je na slici 3.2.3.24. Ni kod njega nemamo izražen nijedan drugi *peak* osim onoga koji predstavlja glavni puls.

**Slika 3.2.3.24.** Još jedan primjer PPG pulsa  $P(t)$  i njegova *Hilbert*-ova transformacija  $H[P(t)]$ .



#### 4. PREDLOŽENI ALGORITAM ZA DETEKCIJU KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

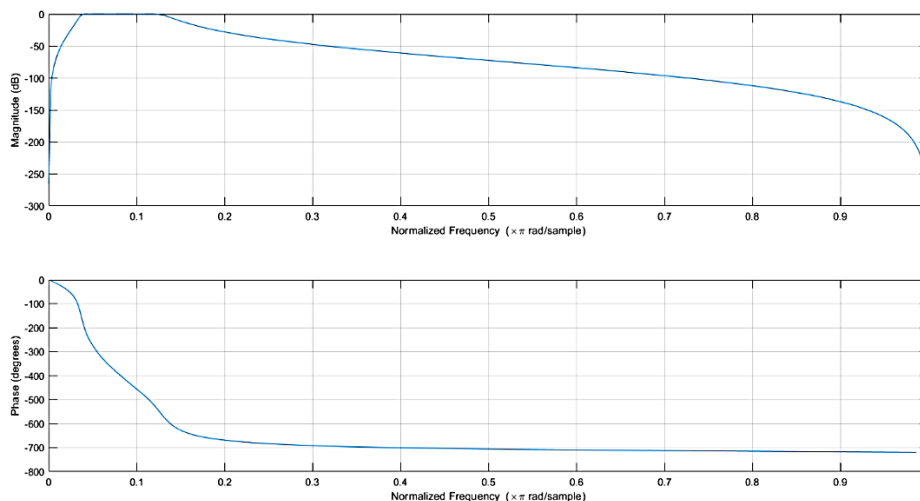
##### 4.1. Predobrada (*preprocessing*) signala

##### 4.1.1. Linearno digitalno filtriranje

Prvi korak u obradi signala predstavlja linearno digitalno filtriranje. Ono uključuje: filtriranje propusnikom učestanosti, normalizacija amplitude i diferenciranje prvog reda.

Digitalno filtriranje se obavlja korišćenjem *Chebyshev*-og filtra propusnika učestanosti tipa I osmog reda za opseg frekvencija  $0,5 \text{ Hz} - 16 \text{ Hz}$ . Amplitudski i frekvencijski odzivi ovog filtra su prikazani ispod (slika 4.1.1.1.). Originalni signal  $x(n)$  se filtrira i dobijamo signal  $f(n)$ .

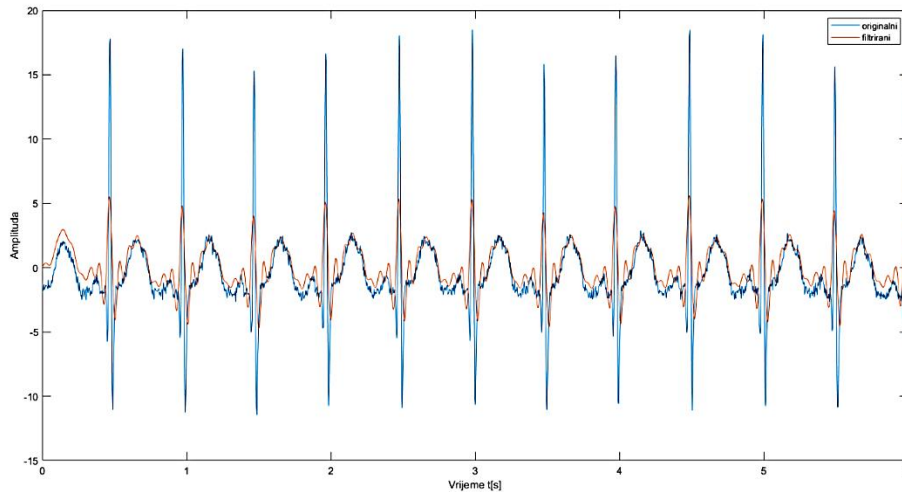
**Slika 4.1.1.1.** Amplitudski i frekvencijski odzivi *Chebyshev*-og filtra propusnika učestanosti tipa I osmog reda za opseg frekvencija  $0,5 \text{ Hz} - 16 \text{ Hz}$ .



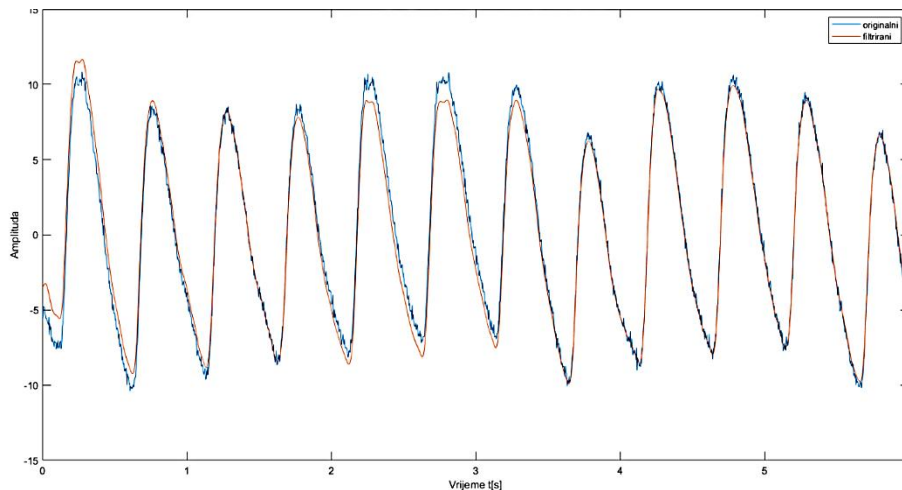
Ovaj filter se koristi ukoliko postoji šum u samom EKG ili PPG signalu (slike 4.1.1.2. i 4.1.1.3.).

**Slika 4.1.1.2.** Eliminacija šuma kod EKG signala pomoću *Chebyshev*-og filtra.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



Slika 4.1.1.3. Eliminacija šuma kod PPG signala pomoću *Chebyshev*-og filtra.



Zatim se vrši diferenciranje prvog reda da bi se pružila informacija o nagibu pulsa. Diferencijacija filtriranog EKG i PPG signala je implementirana kao:

$$d(n) = f(n + 1) - f(n). \quad (4.1.1.1.)$$

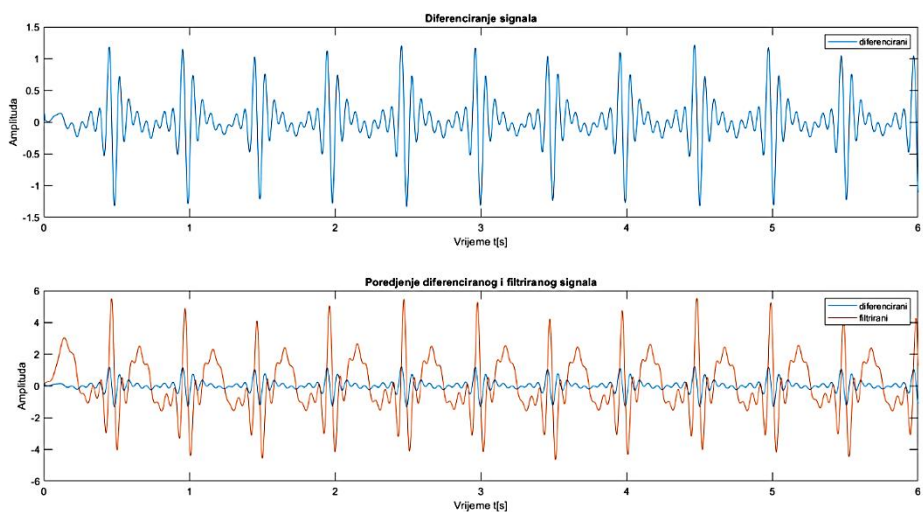
Nakon filtriranja i diferencijacije, signal  $d(n)$  se normalizuje:

$$\hat{d}(n) = \frac{d(n)}{\max_{n=1}^N (|d(n)|)}. \quad (4.1.1.2.)$$

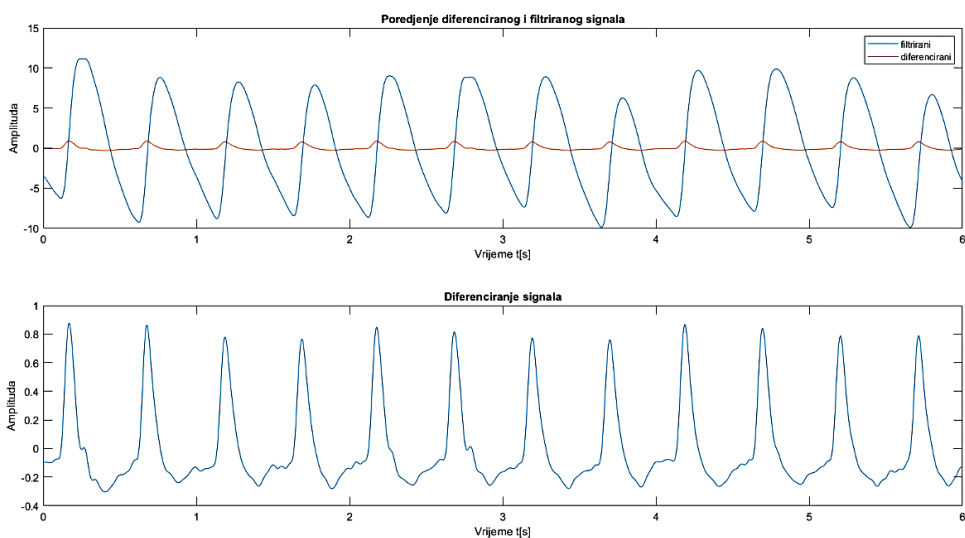
gdje  $N$  predstavlja broj odbiraka EKG (PPG) signala. Na slikama 4.1.1.4. - 4.1.1.9. prikazani su diferencirani i normalizovani EKG i PPG signali.

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

**Slika 4.1.1.4.** Diferencirani EKG signal (gore) i njegovo poređenje sa filtriranim EKG signalom (dolje).

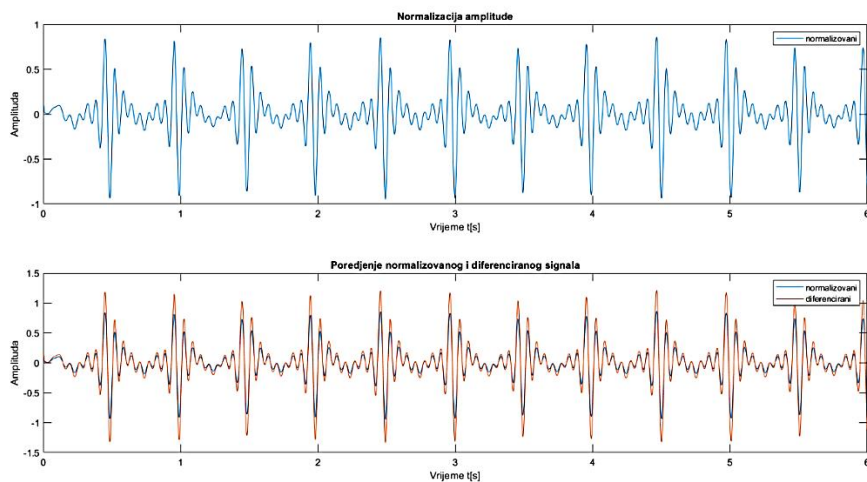


**Slika 4.1.1.5.** Diferencirani PPG signal (dolje) i njegovo poređenje sa filtriranim PPG signalom (gore).

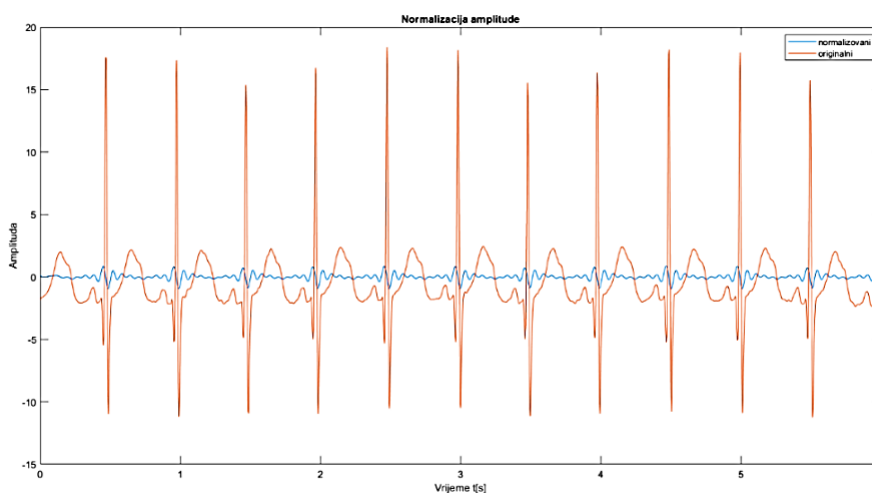


**Slika 4.1.1.6.** Normalizovani EKG signal (gore) i njegovo poređenje sa diferenciranim EKG signalom (dolje).

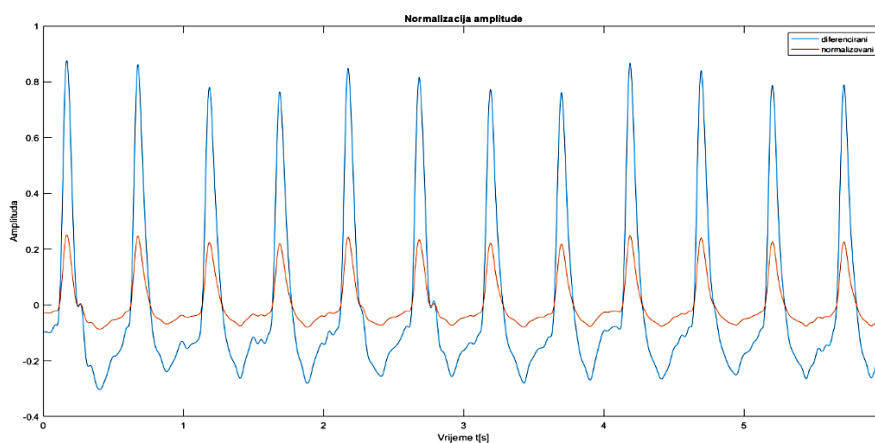
# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



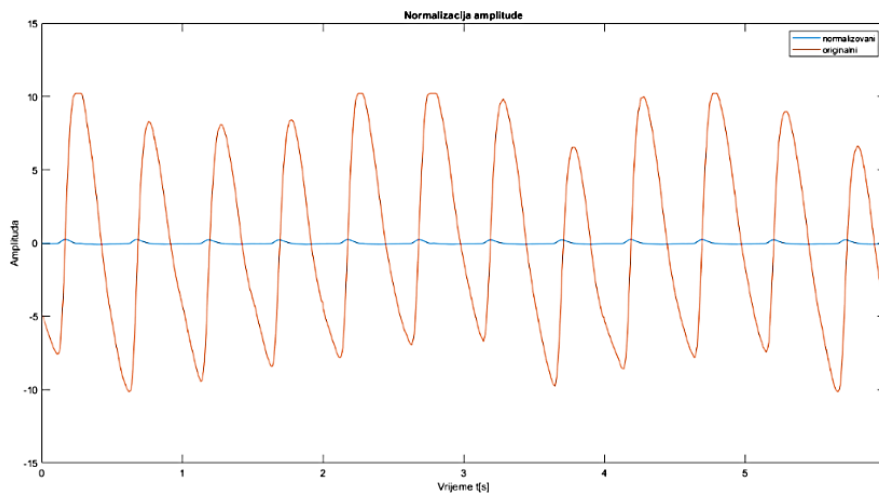
Slika 4.1.1.7. Normalizovani EKG signal i njegovo poređenje sa originalnim EKG signalom.



Slika 4.1.1.8. Normalizovani PPG signal i njegovo poređenje sa diferenciranim PPG signalom.



**Slika 4.1.1.9.** Normalizovani PPG signal i njegovo poređenje sa originalnim PPG signalom.



#### 4.1.2 Shannon-ova energija i njena primjena

Shannon-ova energija određuje spektar energije signala. Najprije ćemo izvršiti poređenje sa drugim načinima određivanja energije signala. Slike 4.1.2.1. i 4.1.2.2. prikazuju različite metode određivanja anvelope normalizovanog signala. Zbog simetrije rezultata u odnosu na y-osu (što se može vidjeti iz donjih definicija) prikazani su samo pozitivni djelovi grafika. Definicije su sljedeće:[43]

*Absolutna vrijednost:*

$$a(n) = |\hat{d}(n)| \quad (4.1.2.1.)$$

*Energija:*

$$e(n) = \hat{d}^2(n) \quad (4.1.2.2.)$$

*Shannon-ova entropija:*

$$se(n) = -|\hat{d}(n)| \log|\hat{d}(n)| \quad (4.1.2.3.)$$

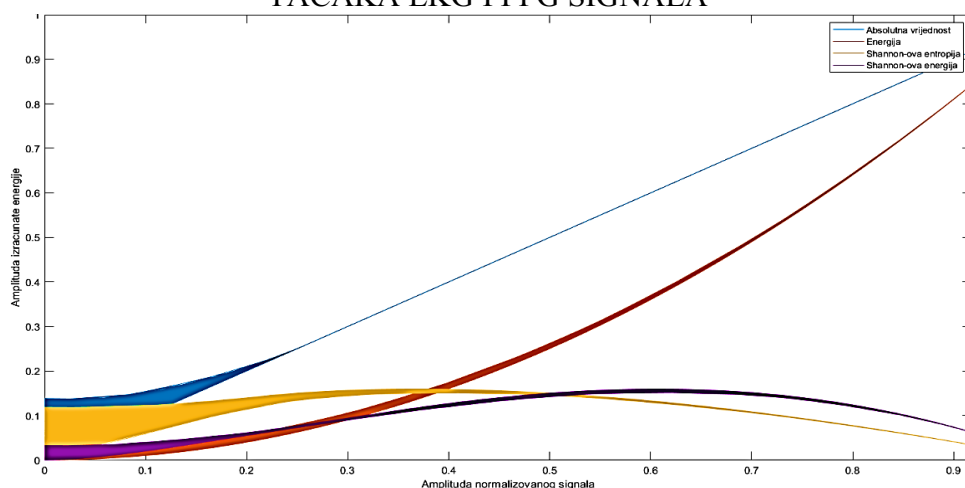
*Shannon-ova energija:*

$$s(n) = -\hat{d}^2(n) \log(\hat{d}^2(n)) \quad (4.1.2.4.)$$

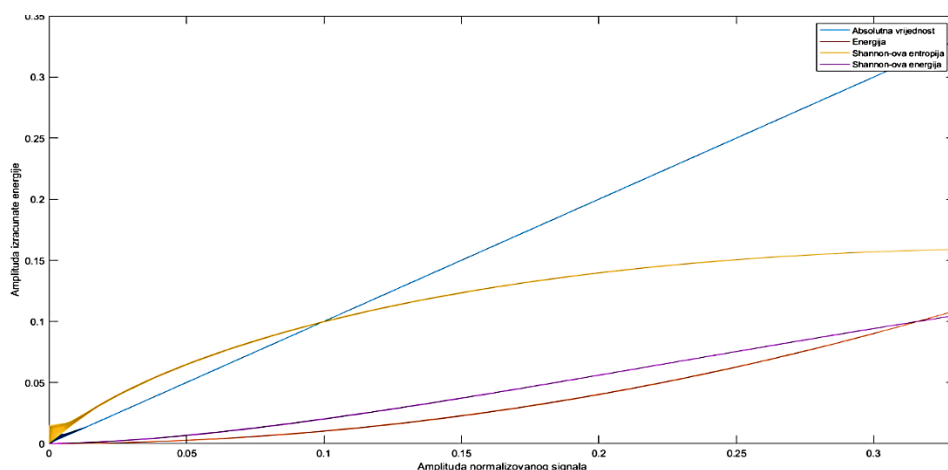
**Slika 4.1.2.1.** Različite metode određivanja anvelope normalizovanog EKG signala.



## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



**Slika 4.1.2.2.** Različite metode određivanja anvelope normalizovanog PPG signala.



*Shannon-ova entropija* naglašava efekte nižih komponenti šuma koji rezultuju anvelopu sa artefaktima i neželjenim *peak*-ovima. *Absolutna vrijednost* daje istu težinu čitavom signalu. *Energija* (kvadratna) mnogo više smanjuje amplitudu malih *R peak* kandidata nego onih sa većim amplitudama. Ovaj pristup rezultuje anvelopu sa velikim odnosom visoka/niska amplituda. *Shannon-ova entropija* i *energija* (kvadratna) povećavaju poteškoće u detekciji *R peak*-ova. Iz tog razloga uvodimo pristup preko *Shannon-ove energije*. *Shannon-ova energija* naglašava srednje vrijednosti signala i više atenuira uticaj nižih komponenti signala nego viših. Anvelogram *Shannon-ove energije* (eng. *Shannon energy envelopegram* - SEE) ima sljedeće prednosti u odnosu na ostale pristupe: I) rezultuje male devijacije između sukcesivnih *peak*-ova; II) redukuje efekte niskih komponenti šuma i III) stvara ispeglani naglašeni lokalni maksimum koji predstavlja instancu *R peak*-a. Zato je *Shannon-ova energija* izabrana kao pristup u obradi normalizovanog EKG i PPG signala. Glavna prednost SE pristupa je u tome što on vodi ka dobroj detekciji *R peak*-ova u prisustvu širih QRS kompleksa i nestacionarnog šuma.

Nakon modifikacija signala pomoću *Shannon-ove energije*, *zero-phase* filtriranje je primijenjeno na signal kako bismo dobili *peak*-ove koji odgovaraju QRS kompleksima, a takođe da bismo odradili „peglanje“ šiljkova i izbočina nastalih od šuma. Tu se koristi pravougaoni impulsni odziv

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

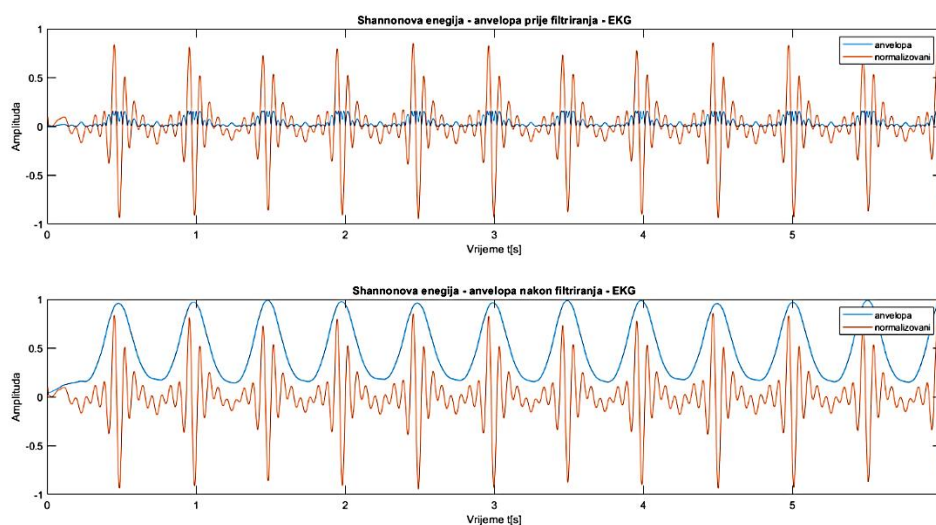
$h(k)$  dužine  $L$ . Ova operacija se odrađuje u oba smjera (od početka do kraja signala i u obrnutom smjeru), odnosno  $conv(s, h) \rightarrow s' \rightarrow$  u suprotnom smjeru od kraja signala  $\rightarrow s_r' \rightarrow conv(s_r', h) \rightarrow s'' \rightarrow$  u smjeru od početka signala  $\rightarrow y$ . *Zero-phase* filtriranje definiše oštre *peak*-ove oko regiona QRS kompleksa kao i „peglanje lažnih“ šiljaka. Stepentog „pegljanja“ zavisi od dužine filtra  $L$ . Generalno, parametar  $L$  treba da bude približno isti kao dužina najšireg mogućeg QRS kompleksa u signalu. On se određuje empirijski. U našem slučaju za frekvenciju odabiranja od  $300\text{ Hz}$  ta vrijednost iznosi 46 odbiraka.

Nakon *zero-phase* filtriranja radimo normalizaciju prema formuli:

$$y_{norm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N y_i \quad (4.1.2.5.)$$

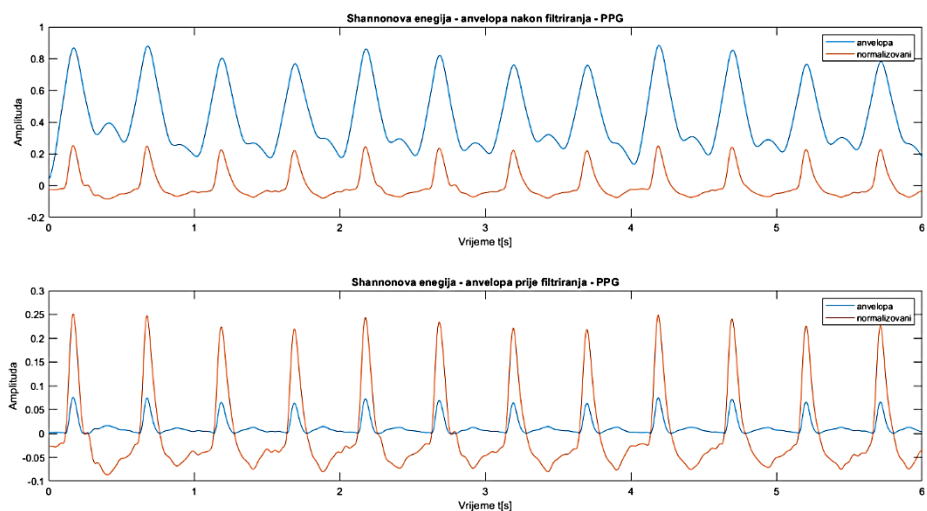
gdje je  $y$  *zero-phase* filtrirani signal,  $N$  dužina tog signala a  $M$  njegova maksimalna vrijednost (najveća vrijednost amplitude u signalu). Uticaj *zero-phase* filtriranja na EKG i PPG signal je predstavljen na slikama 4.1.2.3. i 4.1.2.4.

**Slika 4.1.2.3.** Uticaj *zero-phase* filtriranja na EKG signal modifikovan pomoću *Shannon*-ove energije – prije (gore) i nakon filtriranja (dolje).



**Slika 4.1.2.4.** Uticaj *zero-phase* filtriranja na PPG signal modifikovan pomoću *Shannon*-ove energije – prije (dolje) i nakon filtriranja (gore).

# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



## 4.2. Detekcija *peak*-ova EKG i PPG signala pomoću *Hilbert*-ove transformacije

Detekciju *peak*-ova EKG i PPG signala ćemo raditi pomoću *Hilbert*-ove transformacije u kombinaciji sa *moving average* (MA) filtrom. Glavni cilj jeste da pokažemo da je *Hilbert*-ova transformacija efikasna u pronalasku lokalnih maksimuma (R i P *peak*-ova) kod ranije spomenutih signala.

Da bismo demonstrirali ulogu *Hilbert*-ove transformacije u nalaženju lokalnih maksimuma korist ćemo parnu funkciju:

$$u(t) = \frac{1}{1 + t^2}, \quad (4.2.1.)$$

koja će predstavljati model R (P) talasa kod EKG (PPG) signala. Sada ćemo odraditi njenu *Hilbert*-ovu transformaciju na dva načina: direktnom primjenom formule i korišćenjem veze između *Hilbert*-ove i *Fourier*-ove transformacije.

Dakle, potrebno je odrediti:

$$H \left[ \frac{1}{1 + t^2} \right].$$

Slijedi dokaz:

*I način*: primjenom formule za *Hilbert*-ovu transformaciju:

$$H[u(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(\tau)}{t - \tau} d\tau. \quad (4.2.2.)$$

U našem slučaju:

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

$$u(t) = \frac{1}{1+t^2}, \text{ odnosno } u(\tau) = \frac{1}{1+\tau^2}, \quad (4.2.3.)$$

$$H[u(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{t-\tau} \frac{1}{1+\tau^2} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(1+\tau^2)(t-\tau)} d\tau. \quad (4.2.4.)$$

Ovaj integral ćemo riješiti metodom neodređenih koeficijenata:

$$\frac{1}{(1+\tau^2)(t-\tau)} = \frac{A}{t-\tau} + \frac{B\tau+C}{1+\tau^2} \quad (4.2.5.)$$

$$1 = A(1+\tau^2) + (B\tau+C)(t-\tau) \quad (4.2.6.)$$

$$1 = \tau^2(A-B) + \tau(Bt-C) + Ct + A \quad (4.2.7.)$$

$$A-B=0 \Rightarrow A=B \quad (4.2.8.)$$

$$Bt-C=0 \Rightarrow C=Bt=At \quad (4.2.9.)$$

$$A+Ct=1 \Rightarrow A+At^2=1 \Rightarrow A(1+t^2)=1 \Rightarrow A=\frac{1}{1+t^2} \quad (4.2.10.)$$

$$A=\frac{1}{1+t^2}, B=A=\frac{1}{1+t^2}, C=At=\frac{t}{1+t^2}. \quad (4.2.11.)$$

Dalje slijedi:

$$\frac{1}{(1+\tau^2)(t-\tau)} = \frac{1}{(1+t^2)} \frac{1}{t-\tau} + \frac{\frac{1}{(1+t^2)}\tau + \frac{t}{(1+t^2)}}{1+\tau^2} \quad (4.2.12.)$$

$$\frac{1}{(1+\tau^2)(t-\tau)} = \frac{1}{(1+t^2)(t-\tau)} + \frac{\tau+t}{(1+t^2)(1+\tau^2)}. \quad (4.2.13.)$$

Ako se vratimo na *Hilbert*-ovu transformaciju (jednačina 4.2.4.):

$$H[u(t)] = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(1+t^2)(t-\tau)} d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tau+t}{(1+t^2)(1+\tau^2)} d\tau \right], \quad (4.2.14.)$$

$$H[u(t)] = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+t^2} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{t-\tau} d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tau+t}{1+\tau^2} d\tau \right], \quad (4.2.15.)$$

$$H[u(t)] = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+t^2} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{t-\tau} d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tau}{1+\tau^2} d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t}{1+\tau^2} d\tau \right], \quad (4.2.16.)$$

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

$$H[u(t)] = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+t^2} \left[ -\ln|t-\tau| \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \frac{1}{2} \ln(1+\tau^2) \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \operatorname{tarctg}(\tau) \Big|_{-\infty}^{+\infty} \right], \quad (4.2.17.)$$

$$H[u(t)] = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+t^2} \left[ \ln\sqrt{1+\tau^2} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \ln|t-\tau| \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \operatorname{tarctg}(\tau) \Big|_{-\infty}^{+\infty} \right], \quad (4.2.18.)$$

$$H[u(t)] = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+t^2} \left[ \ln \frac{\sqrt{1+\tau^2}}{|t-\tau|} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \operatorname{tarctg}(\tau) \Big|_{-\infty}^{+\infty} \right]. \quad (4.2.19.)$$

Neka je:

$$L = \ln \frac{\sqrt{1+\tau^2}}{|t-\tau|} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \lim_{\tau \rightarrow +\infty} \left( \ln \frac{\sqrt{1+\tau^2}}{|t-\tau|} \right) - \lim_{\tau \rightarrow -\infty} \left( \ln \frac{\sqrt{1+\tau^2}}{|t-\tau|} \right). \quad (4.2.20.)$$

Ako gornji izraz podijelimo sa  $\tau$  dobijamo:

$$L = \lim_{\tau \rightarrow +\infty} \left( \ln \frac{\sqrt{\frac{1}{\tau^2} + 1}}{\left| \frac{t}{\tau} - 1 \right|} \right) - \lim_{\tau \rightarrow -\infty} \left( \ln \frac{\sqrt{\frac{1}{\tau^2} + 1}}{\left| \frac{t}{\tau} - 1 \right|} \right). \quad (4.2.21.)$$

Pošto  $\frac{1}{\tau^2} \rightarrow 0$  i  $\frac{t}{\tau} \rightarrow 0$  kada  $\tau \rightarrow \pm\infty$  imamo da je:

$$L = \ln \frac{\sqrt{0+1}}{|0-1|} - \ln \frac{\sqrt{0+1}}{|0-1|} = \ln 1 - \ln 1 = 0 - 0 = 0, \quad (4.2.22.)$$

tako da se izraz (4.2.19.) svodi na:

$$H[u(t)] = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+t^2} \operatorname{tarctg}(\tau) \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{1}{\pi} \frac{t}{1+t^2} \left( \frac{\pi}{2} - \left( -\frac{\pi}{2} \right) \right) = \frac{1}{\pi} \frac{t}{1+t^2} \pi, \quad (4.2.23.)$$

odakle slijedi da je:

$$H[u(t)] = \frac{t}{1+t^2} = H \left[ \frac{1}{1+t^2} \right]. \quad (4.2.24.)$$

*II način:* korišćenjem veze *Fourier*-ove i *Hilbert*-ove transformacije (jednačine 3.2.1.5.-3.2.1.6.):

$$H[u(t)] = \operatorname{IFT}[-j \operatorname{sgn}(\omega) F(\omega)]. \quad (4.2.25.)$$

*Fourier*-ova transformacija predmetne funkcije je:

$$F \left[ \frac{1}{1+t^2} \right] = \pi e^{-|\omega|} = F(\omega). \quad (4.2.26.)$$

Iz gornjeg slijedi:

$$H[u(t)] = \operatorname{IFT}[-j \operatorname{sgn}(\omega) \pi e^{-|\omega|}], \quad (4.2.27.)$$

a pošto je inverzna *Fourier*-ova transformacija definisana izrazom:

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

$$u(t) = IFT[F(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (4.2.28.)$$

dalje je:

$$H[u(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} -j \operatorname{sgn}(\omega) \pi e^{-|\omega|} e^{j\omega t} d\omega, \quad (4.2.29.)$$

$$H[u(t)] = -j\pi \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sgn}(\omega) e^{-|\omega| + j\omega t} d\omega, \quad (4.2.30.)$$

$$H[u(t)] = -j\pi \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sgn}(\omega) e^{j\omega t - |\omega|} d\omega, \quad (4.2.31.)$$

$$H[u(t)] = -\frac{j}{2} \left[ \int_{-\infty}^0 -e^{\omega(jt+1)} d\omega + \int_0^{+\infty} e^{\omega(jt-1)} d\omega \right], \quad (4.2.32.)$$

$$H[u(t)] = -\frac{j}{2} \left[ -\frac{1}{jt+1} e^{\omega(jt+1)} \Big|_{-\infty}^0 + \frac{1}{jt-1} e^{\omega(jt-1)} \Big|_0^{+\infty} \right], \quad (4.2.33.)$$

$$H[u(t)] = \frac{j}{2} \left[ \frac{1}{jt+1} e^{\omega(jt+1)} \Big|_{-\infty}^0 - \frac{1}{jt-1} e^{-\omega(1-jt)} \Big|_0^{+\infty} \right], \quad (4.2.34.)$$

$$H[u(t)] = \frac{j}{2} \left[ \frac{1}{jt+1} (e^0 - e^{-\infty}) - \frac{1}{jt-1} (e^{-\infty} - e^0) \right], \quad (4.2.35.)$$

$$H[u(t)] = \frac{j}{2} \left[ \frac{1}{jt+1} (1 - 0) - \frac{1}{jt-1} (0 - 1) \right], \quad (4.2.36.)$$

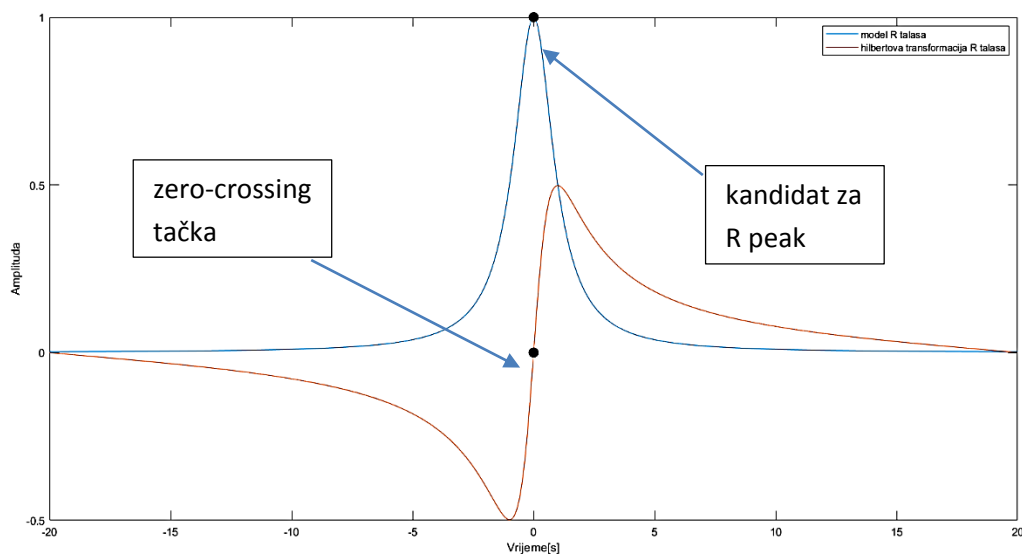
$$H[u(t)] = \frac{j}{2} \left[ \frac{1}{jt+1} + \frac{1}{jt-1} \right] = \frac{j}{2} \frac{jt-1+1+jt}{(jt+1)(jt-1)} = \frac{j}{2} \frac{2jt}{-t^2-1} = \frac{t}{t^2+1}. \quad (4.2.37.)$$

Prethodnim postupcima je na dva načina dobijen isti rezultat, tj.  $\frac{t}{1+t^2}$ .

Grafički prikaz funkcija  $u(t)$  i  $H[u(t)]$  nalazi se na slici 4.2.1.

**Slika 4.2.1.** Grafik funkcije  $u(t)$  i njegove *Hilbert*-ove transformacije  $H[u(t)]$ .

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

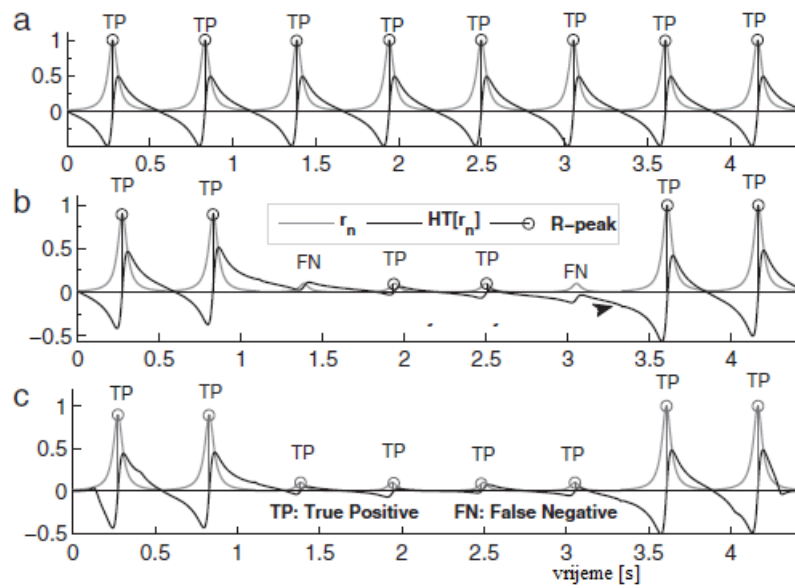


Sa nje se može uočiti da maksimalna vrijednost anvelope funkcije  $u(t)$  odgovara tački u kojoj grafik funkcije  $H[u(t)]$  prolazi kroz horizontalnu osu (*zero-crossing point*). Takođe možemo zaključiti da je funkcija  $H[u(t)]$  neparna.

U praksi, kada govorimo o filtriranom EKG signalu, amplituda *peak*-ova je najveća u zoni QRS kompleksa. Amplitude u "ispeglanoj" anvelopi su manje za one odgovarajuće QRS komplekse koje imaju nižu vrijednost iste. Usljed toga, efektivnost nalaženja *peak*-a može biti manja. Grafik (a) – slika 4.2.2. jasno pokazuje da tačke pozitivnog *zero-crossing*-a (tj. tranzicija od negativnog ka pozitivnom) neparne funkcije odgovaraju pozicijama *peak*-ova u anvelopi, i u tom slučaju je logika za pronalaženje istih uspješna. Na grafiku (b) – slika 4.2.2. se može vidjeti mana detekcione logike koja nastaje pod uticajem niskofrekventnog *drift*-a kod neparne funkcije. Ovdje se uočava da su tačke pozitivnog *zero-crossing*-a trećeg i šestog *peak*-a pomjerene u pozitivnom i negativnom smjeru, respektivno. Stepen pomjerenja *zero-crossing* tačke i njen smjer je direktno povezan sa relativnom amplitudom samog *peak*-a i razmaku između dva susjedna maksimuma, kao i znaku razlike njihovih amplituda. Iz tih razloga algoritam za detekciju može da bude neuspješan pri otkrivanju R *peak*-ova malih amplituda, te je tu od velike važnosti odstranjivanje niskofrekventnog drifta u cilju povećanja preciznosti i redukcije greške. U tu svrhu se koristi *moving-average* (MA) filter tako što se on oduzme od Hilbert-ove transformacije obrađenog EKG. Na taj način dobijamo rezultat prikazan na grafiku (c) – slika 4.2.2. te vidimo poboljšanje pri detekciji *peak*-ova u odnosu na grafik (b), gdje smo imali situaciju da se ne detektuje treći i šesti *peak*. Slična priča važi i za PPG signale.[44]

**Slika 4.2.2.** Efikasnost Hilbert-ove transformacije u pronalaženju *peak*-ova kod EKG signala za različite anvelope: (a) normalni EKG sa malim varijacijama amplituda *peak*-ova i RR intervalom 0.55 s sa rezultatima detekcije; (b) abnormalni EKG signal sa velikim varijacijama amplituda *peak*-ova i RR intervalom 0.55 s sa rezultatima detekcije; (c) nakon odstranjivanja niskofrekventnog drifta sa rezultatima detekcije.

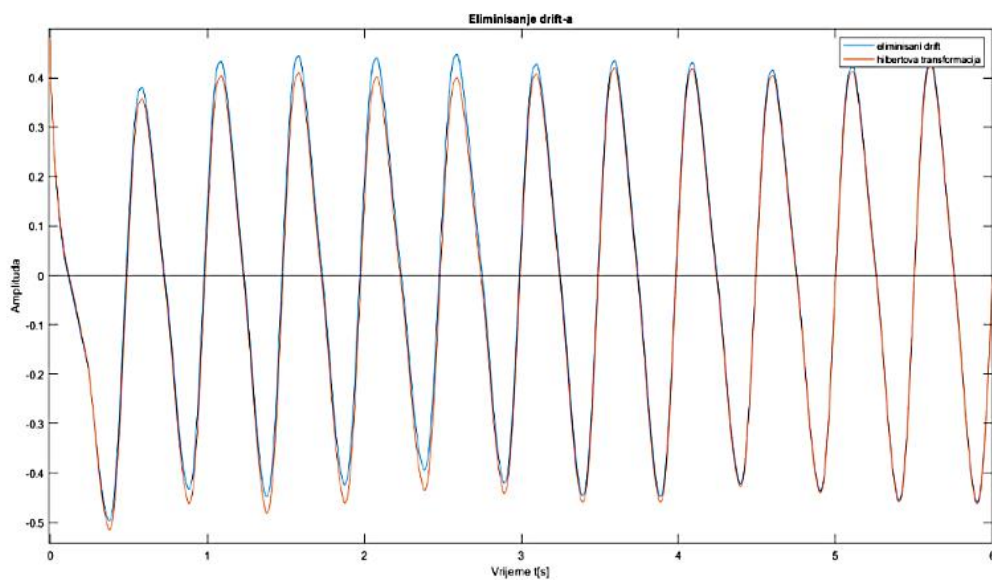
# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



**Izvor:** Manikandan M.S., Soman K.P., A novel method for detecting R-peaks in electrocardiogram (ECG) signal, Biomedical Signal Processing and Control 7 (2012), p. 121

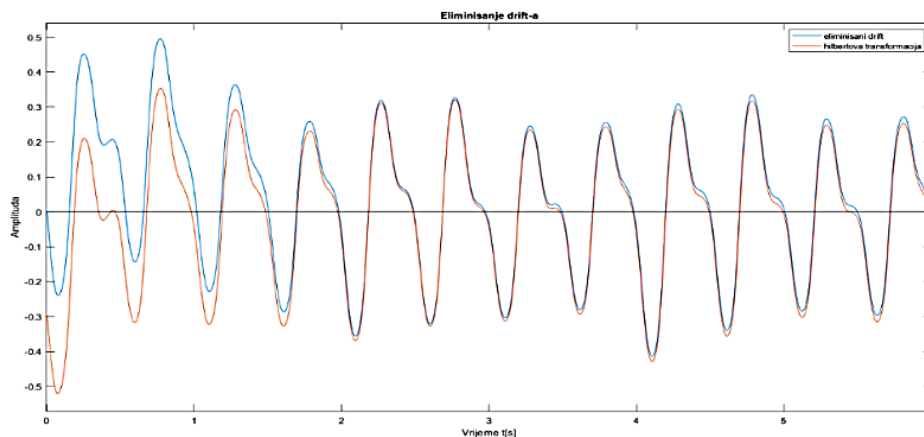
Na slici 4.2.3. je prikazan EKG i PPG signal (prvih 6 s) gdje se uočava rezultat odstranjivanja drifta.

**Slika 4.2.3.** Rezultat odstranjivanja niskofrekventnog drifta kod EKG (gore) i PPG signala (dolje).





# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

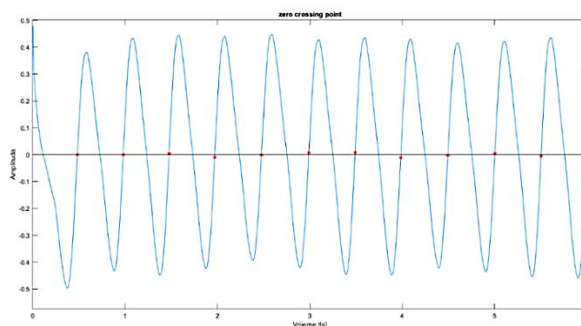


Što se tiče izbora vrijednosti dužine *moving-average* filtra koji se koristi u eliminaciji drifta, on zavisi od samog signala. Za predmetne EKG i PPG signale čija je frekvencija odabiranja 300 Hz dužina filtra je iznosila 750 odbiraka (2.5 s). Takođe je uočeno da su performanse ovog algoritma za detekciju bolje ukoliko je razlika između amplituda dva sukcesivna *peak*-a mala. Amplitude kandidata za R (P) *peak* zavise od trenutnih spektralnih parametara QRS kompleksa i P pulsa. Međutim, predloženi algoritam koji obuhvata predobradu signala baziranu na *Shannon*-ovoj energiji omogućava male devijacije između dva uzastopna *peak*-a.

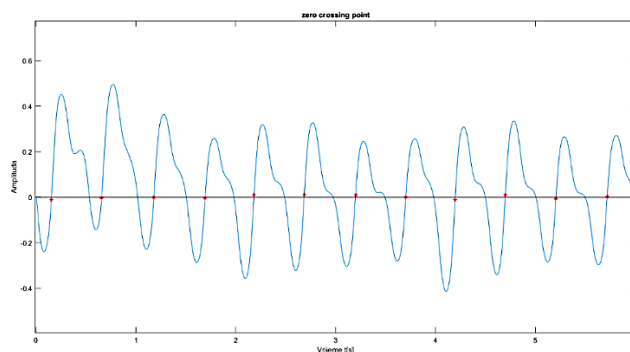
Nakon što je odrađena eliminacija drifta kod EKG i PPG signala, moguće je odrediti pozitivne *zero-crossing* tačke, tj. tačke u kojima dolazi do prelaza *Hilbert*-ove transformacije iz negativnog u pozitivni dio. To je odrađeno na način što se prolazi kroz obrađeni signal i posmatraju se dva susjedna odbirka. Ukoliko su ona različitog znaka i pri tom je prvi negativan, a drugi pozitivan, tada se oni kandiduju za R (P) *peak*. Sljedeće gledamo koji od njih dva je bliži nuli tako što upoređujemo apsolutne vrijednosti razlike između svakog od njih i 0. Ona razlika koja je manja znači da je taj odbirak bliži nuli i uzimamo ga za kandidata za R (P) *peak*, dok drugi odbacujemo. Matematički se ovo može definisati na sljedeći način: neka je  $H[u(t)] = z$  *Hilbert*-ova transformacija kod koga je odstranjen drift i neka su  $z(r)$  i  $z(r+1)$  dva posmatrana odbirka. Ukoliko je  $z(r) < 0$  i  $z(r+1) > 0$  i ako još važi da je  $|z(r)-0| < |z(r+1)-0|$  onda se uzima odbirak  $z(r)$  za kandidata za R (P) *peak*. U suprotnom, ako važi  $|z(r)-0| > |z(r+1)-0|$  onda je  $z(r+1)$  kandidat, pri čemu je  $r = 1, 2, \dots, n$ , gdje je  $n$  dužina *Hilbert*-ove transformacije.

*Zero-crossing* tačke za EKG i PPG signal prikazane su na slici 4.2.4.

**Slika 4.2.4.** *Zero-crossing* tačke (crvena zvijezda) za EKG (gore) i PPG (dolje) signal.



## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

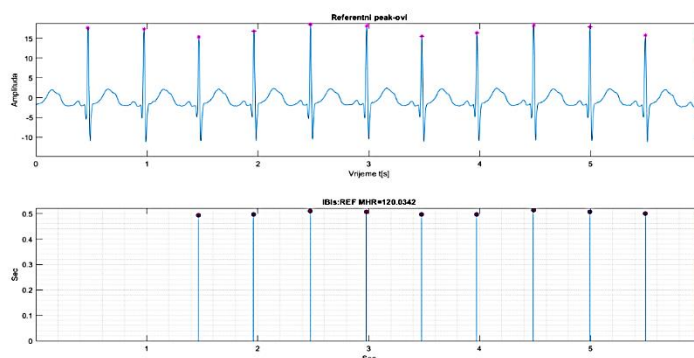


Eksperimenti pokazuju da se lokacije *peak*-ova detektovanih na prethodno opisani način ipak mogu malo razlikovati od stvarnih vremenskih trenutaka u kome oni nastaju kod originalnog EKG, odnosno PPG signala. Iz tog razloga je primijenjen jednostavan pronalazač tačnih vrijednosti vremenskih trenutaka u kojima se javljaju R, odnosno P *peak*-ovi. On radi na način što pronalazi amplitudu najveće vrijednosti u okolini detektovanog kandidata za R (P) *peak*. Širina te okoline se određuje empirijskim putem. Za naše predmetne signale ta vrijednost je 50 ( $\pm 25$  u odnosu na detektovanog kandidata za R-*peak*) za EKG, odnosno 180 odbiraka ( $\pm 90$  u odnosu na detektovanog kandidata za P-*peak*) za PPG signal.

Za određivanje uspješnosti prezentovanog algoritma za detekciju R (P) *peak*-a koristićemo metodu upoređivanja detektovanih maksimuma sa referentnim vrijednostima koje su određene ručnim putem.

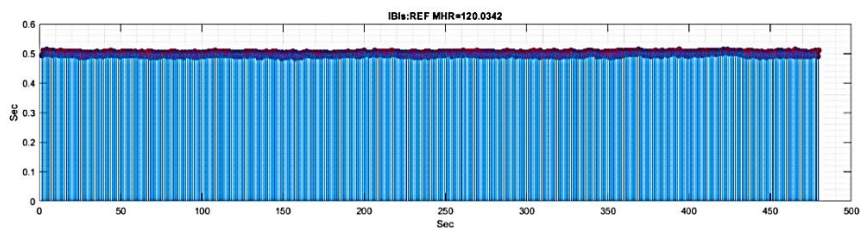
Na slikama 4.2.5. - 4.2.12. prikazani su referentni i detektovani *peak*-ovi za EKG i PPG signal, kao i IBI raspodjela (eng. *Inter-Beat-Interval* – što u suštini predstavlja RR interval) te vrijednost MHR-a (eng. *Mean Heart Rate*).

**Slika 4.2.5.** Referentni *peak*-ovi i IBI raspodjela za prvih 6 s EKG signala.

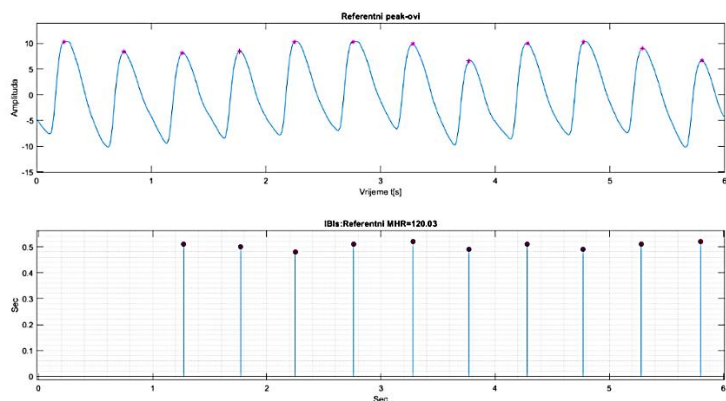


**Slika 4.2.6.** IBI raspodjela za čitav EKG signal za referentne *peak*-ove.

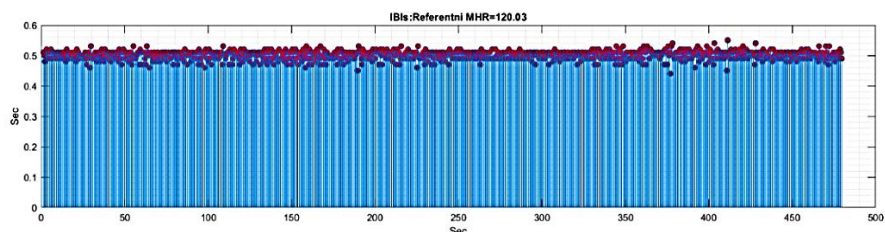
# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA



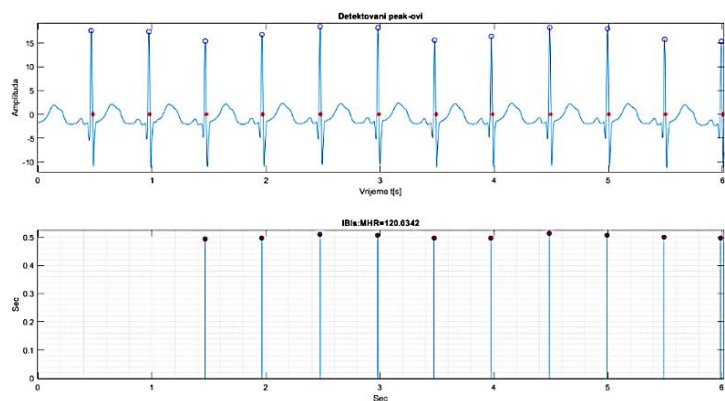
Slika 4.2.7. Referentni *peak*-ovi i IBI raspodjela za prvih 6 s PPG signala.



Slika 4.2.8. IBI raspodjela za čitav PPG signal za referentne *peak*-ove.

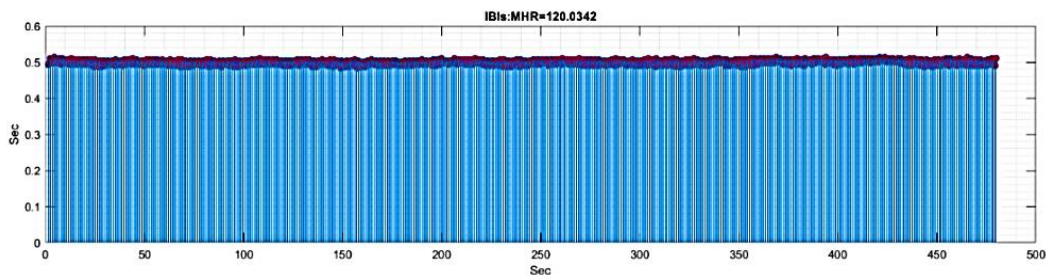


Slika 4.2.9. Detektovani *peak*-ovi i IBI raspodjela za prvih 6 s EKG signala.

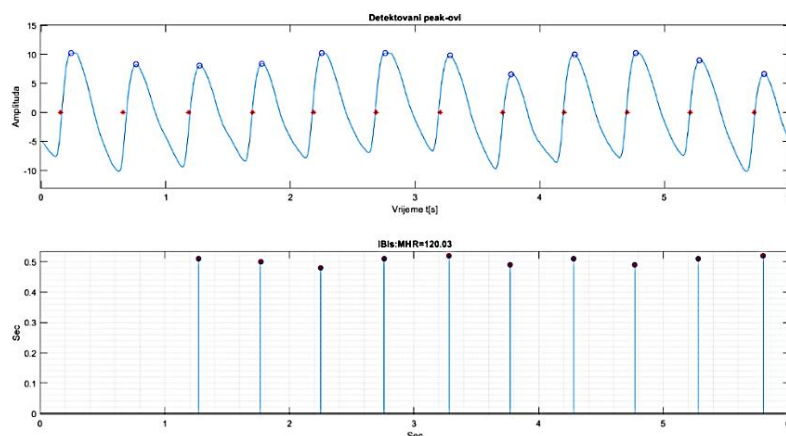


# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

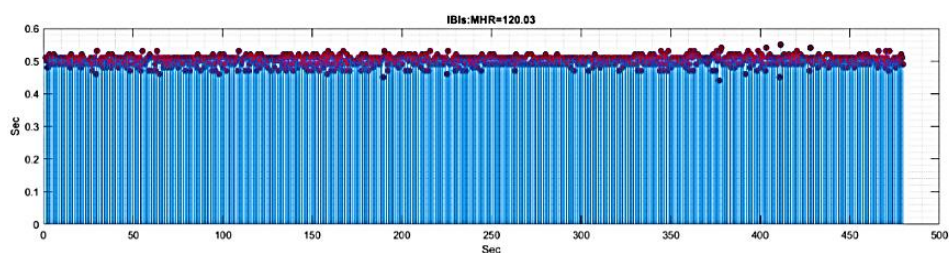
**Slika 4.2.10.** IBI raspodjela za čitav EKG signal za detektovane *peak*-ove.



**Slika 4.2.11.** Detektovani *peak*-ovi i IBI raspodjela za prvih 6 s PPG signala.



**Slika 4.2.12.** IBI raspodjela za čitav PPG signal za detektovane *peak*-ove.



Kao što je već rečeno, na gornjim slikama prikazani su referentni i detektovani *peak*-ovi kod EKG i PPG signala, kao i respektivne IBI raspodjele. Možemo uočiti da se u velikom procentu ove vrijednosti poklapaju, što ukazuje na uspješnost i pouzdanost predloženog algoritma. Da bismo ovo dokazali, korist ćemo statističku analizu.

### 4.3. Statistička analiza predloženog algoritma

Prije nego što počnemo sa statističkom analizom predloženog algoritma za detekciju karakterističnih tačaka EKG i PPG signala, potrebno je definisati tri kvantitativne vrijednosti:

- TP (eng. *true-positive*) – kada je R-*peak* ispravno detektovan,
- FN (eng. *false-negative*) – kada je R-*peak* preskočen, tj. nije detektovan i
- FP (eng. *false-positive*) – kada je “šiljak” koji je nastao usljed šuma ili neki drugi *peak* (T talas, P talas) detektovan kao R-*peak*.

Da bismo evaluirali performanse predloženog algoritma korišćemo parametre: senzitivnost (eng. *sensitivity* - *Se*), pozitivna predvidljivost (eng. *positive predictivity* - *+P*) i stepen detekcione greške (eng. *detection error rate* - *DER*) koji se računaju na sljedeći način, respektivno:

$$Se = \frac{TP}{TP+FN} 100\%, \quad (4.3.1.)$$

$$+P = \frac{TP}{TP+FP} 100\%, \quad (4.3.2.)$$

$$DER = \frac{FP+FN}{TP} 100\%, \quad (4.3.3.)$$

gdje je:

TP - broj ispravno detektovanih *peak*-ova,

FN - broj pogrešno nedetektovanih *peak*-ova, i

FP - broj pogrešno detektovanih *peak*-ova.

Senzitivnost predstavlja procenat ispravno detektovanih *peak*-ova u odnosu na sve *peak*-ove koje je trebalo detektovati, dok pozitivna predvidljivost označava procenat ispravno detektovanih *peak*-ova naspram sveukupnog broja detektovanih *peak*-ova (ispravnih i neispravnih). Sa druge strane, stepen detekcione greške jeste zbir pogrešno detektovanih i pogrešno nedetektovanih *peak*-ova u odnosu na broj ispravno detektovanih *peak*-ova.

Osim navedenih parametara, u sveopštoj analizi performansi predloženog algoritma korišćemo parametar preciznosti (eng. *Accuracy* - *Acc*), kao i indeks uspješnosti (eng. *F-score*). *Acc* parametar predstavlja odnos broja ispravno detektovanih *peak*-ova TP i zbira sve tri vrijednosti koji se koriste u statističkoj analizi predloženog algoritma (TP, FN i FP). *F-score* je veoma važan metrički parametar koji uključuje senzitivnost i pozitivnu predvidljivost u svojoj definiciji. Formule za izračunavanje su sljedeće:

$$Acc = \frac{TP}{TP+FN+FP}, \quad (4.3.4.)$$

$$F = \frac{2(+P)Se}{P+Se}, \quad (4.3.5.)$$

gdje je:

# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

TP - broj ispravno detektovanih peak-ova,

FN - broj pogrešno nedetektovanih peak-ova,

FP - broj pogrešno detektovanih peak-ova,

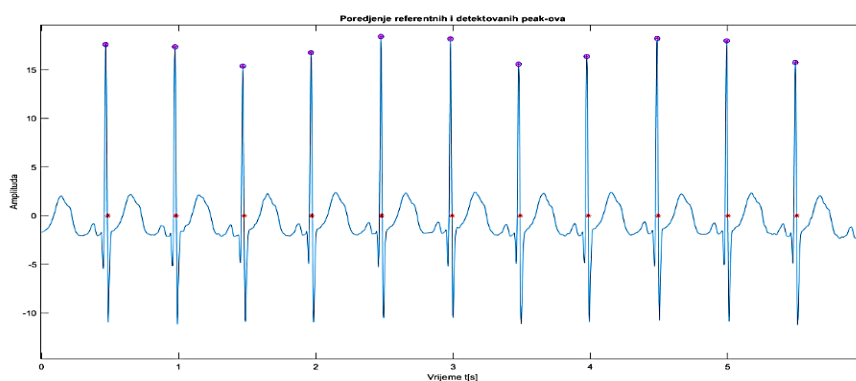
Se – senzitivnost i

+P – pozitivna predvidljivost.

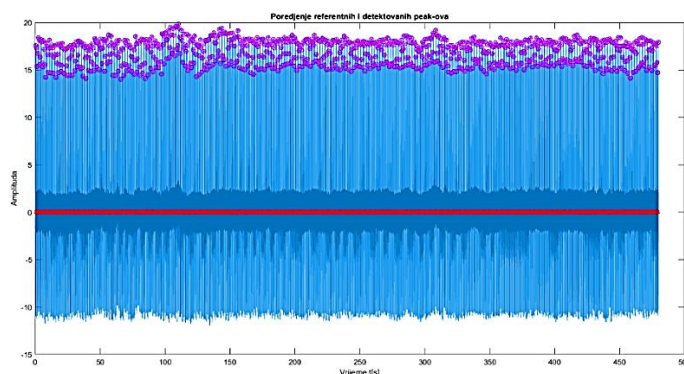
Rezultati primjene gore definisanih formula prikazani su u narednom poglavlju.

Na slikama 4.3.1.-4.3.4. prikazano je poređenje referentnih *peak*-ova i onih dobijenih detekcijom pomoću predloženog algoritma kod EKG i PPG signala. Sa njih se lako može uočiti da se te vrijednosti podudaraju što ukazuje na uspješnost i pouzdanost samog algoritma.

**Slika 4.3.1.** Poređenje referentnih *peak*-ova (ljubičasta zvjezdica) i onih dobijenih detekcijom pomoću predloženog algoritma (plavi kružić) kod EKG signala (prvih 6 s).

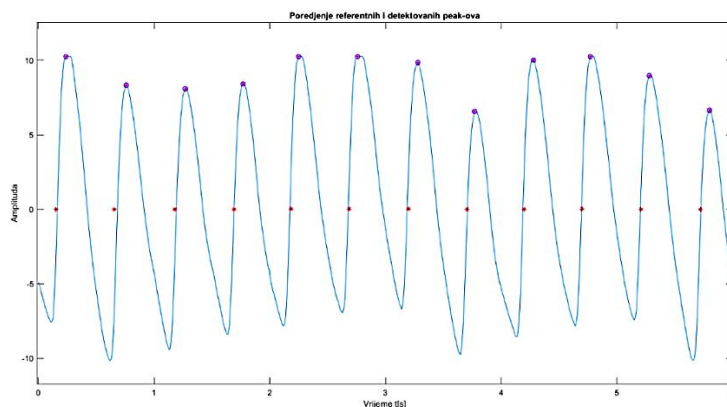


**Slika 4.3.2.** Poređenje referentnih *peak*-ova (ljubičasta zvjezdica) i onih dobijenih detekcijom pomoću predloženog algoritma (plavi kružić) kod EKG signala (čitav signal).

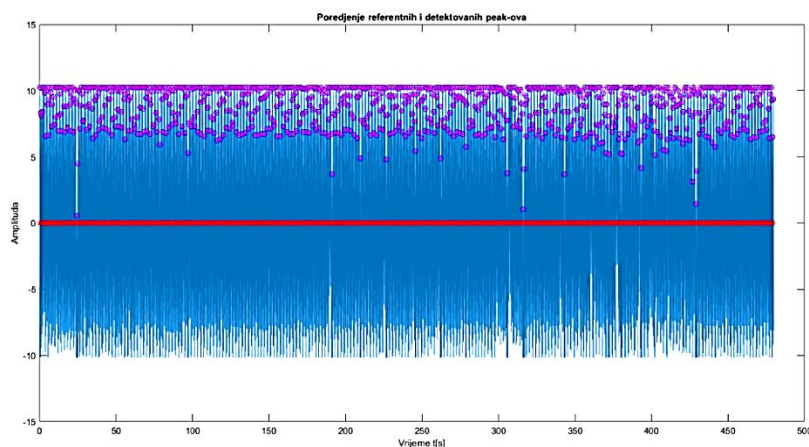


## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

**Slika 4.3.3.** Poređenje referentnih *peak*-ova (ljubičasta zvjezdica) i onih dobijenih detekcijom pomoću predloženog algoritma (plavi kružić) kod PPG signala (prvih 6 s).



**Slika 4.3.4.** Poređenje referentnih *peak*-ova (ljubičasta zvjezdica) i onih dobijenih detekcijom pomoću predloženog algoritma (plavi kružić) kod PPG signala (čitav signal).



## 5. REZULTATI TESTIRANJA

### 5.1. Eksperimentalni set

U svrhu prezentovanja primjene *Hilbert*-ove transformacije na analizu biomedicinskih signala korišćena je baza EKG i PPG signala. Svaki od snimljenih signala je predstavljen u vidu strukture (.mat). U tabelama 5.1.1. i 5.1.2. predstavljene su osnovne informacije o svakom signalu: id EKG ili PPG zapisa, frekvencija odabiranja, zatim podaci o subjektu kao što su broj godina i njegova masa kao i tretman pod kojim se taj pacijent nalazio. Taj tretman može biti spontana ventilacija koja u suštini predstavlja normalno disanje ili kontrolisana, odnosno ventilacija uz pomoć respiratora. Svaki EKG ili PPG zapis traje 8 min. Frekvencija odabiranja svih zapisa je ista i iznosi 300 Hz.

**Tabela 5.1.1.** Baza EKG signala

EKG signali				
ID EKG zapisa	Frekvencija odabiranja [Hz]	Podaci o subjektu		Tretman
		Broj godina	Masa [kg]	
0015_8min	300	2	12	spontana ventilacija
0016_8min	300	2	14	spontana ventilacija
0018_8min	300	1	9	kontrolisana ventilacija
0023_8min	300	3	14	spontana ventilacija
0028_8min	300	7	24	spontana ventilacija
0029_8min	300	10	46	spontana ventilacija
0031_8min	300	7	33	spontana ventilacija
0032_8min	300	-	26	spontana ventilacija
0035_8min	300	1	10	spontana ventilacija
0038_8min	300	2	12	spontana ventilacija
0103_8min	300	12	34	kontrolisana ventilacija
0104_8min	300	6	22	kontrolisana ventilacija
0105_8min	300	14	55	kontrolisana ventilacija
0115_8min	300	5	-	spontana ventilacija
0121_8min	300	16	54	kontrolisana ventilacija
0122_8min	300	15	71	kontrolisana ventilacija
0123_8min	300	7	22	kontrolisana ventilacija
0125_8min	300	9	33	spontana ventilacija
0127_8min	300	16	54	kontrolisana ventilacija
0128_8min	300	16	110	spontana ventilacija
0133_8min	300	15	40	spontana ventilacija
0134_8min	300	12	54	spontana ventilacija
0142_8min	300	5	17	kontrolisana ventilacija
0148_8min	300	14	49	kontrolisana ventilacija
0149_8min	300	15	58	kontrolisana ventilacija
0150_8min	300	11	38	kontrolisana ventilacija
0311_8min	300	43	75	kontrolisana ventilacija
0312_8min	300	37	70	kontrolisana ventilacija
0313_8min	300	59	90	kontrolisana ventilacija



PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

0322_8min	300	52	65	kontrolisana ventilacija
0325_8min	300	51	70	kontrolisana ventilacija
0328_8min	300	39	145	kontrolisana ventilacija
0330_8min	300	59	70	spontana ventilacija
0331_8min	300	32	60	spontana ventilacija
0332_8min	300	39	45	spontana ventilacija
0333_8min	300	40	72	kontrolisana ventilacija
0370_8min	300	47	74	spontana ventilacija

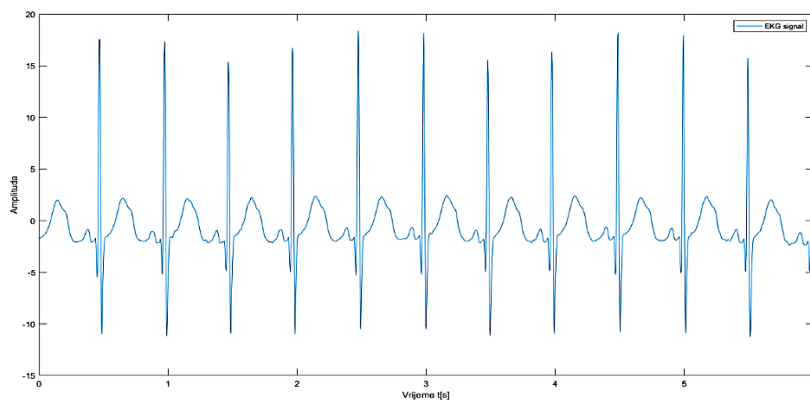
Tabela 5.1.2. Baza PPG signala

PPG signali				
ID PPG zapisa	Frekvencija odabiranja [Hz]	Podaci o subjektu		Tretman
		Broj godina	Masa [kg]	
0015_8min	300	2	12	spontana ventilacija
0016_8min	300	2	14	spontana ventilacija
0018_8min	300	1	9	kontrolisana ventilacija
0023_8min	300	3	14	spontana ventilacija
0028_8min	300	7	24	spontana ventilacija
0029_8min	300	10	46	spontana ventilacija
0032_8min	300	-	26	spontana ventilacija
0035_8min	300	1	10	spontana ventilacija
0038_8min	300	2	12	spontana ventilacija
0103_8min	300	12	34	kontrolisana ventilacija
0104_8min	300	6	22	kontrolisana ventilacija
0105_8min	300	14	55	kontrolisana ventilacija
0115_8min	300	5	-	spontana ventilacija
0121_8min	300	16	54	kontrolisana ventilacija
0122_8min	300	15	71	kontrolisana ventilacija
0123_8min	300	7	22	kontrolisana ventilacija
0125_8min	300	9	33	spontana ventilacija
0127_8min	300	16	54	kontrolisana ventilacija
0128_8min	300	16	110	spontana ventilacija
0133_8min	300	15	40	spontana ventilacija
0134_8min	300	12	54	spontana ventilacija
0142_8min	300	5	17	asistirana ventilacija
0147_8min	300	16	57	kontrolisana ventilacija
0148_8min	300	14	49	kontrolisana ventilacija
0149_8min	300	15	58	kontrolisana ventilacija
0150_8min	300	11	38	kontrolisana ventilacija
0309_8min	300	63	70	kontrolisana ventilacija
0311_8min	300	43	75	kontrolisana ventilacija
0312_8min	300	37	70	kontrolisana ventilacija
0313_8min	300	59	90	kontrolisana ventilacija
0322_8min	300	52	65	kontrolisana ventilacija
0325_8min	300	51	70	kontrolisana ventilacija
0328_8min	300	39	145	kontrolisana ventilacija
0329_8min	300	53	50	kontrolisana ventilacija
0330_8min	300	59	70	spontana ventilacija
0331_8min	300	32	60	spontana ventilacija
0332_8min	300	39	45	spontana ventilacija
0333_8min	300	40	72	kontrolisana ventilacija
0370_8min	300	47	74	spontana ventilacija

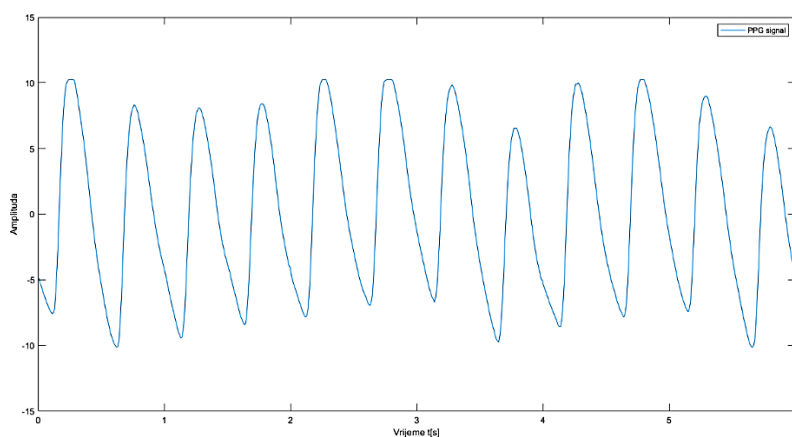
# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

Jedan od EKG i PPG zapisa (prvih 6 s) iz baze je prikazan na slikama 5.1.1. i 5.1.2.

**Slika 5.1.1.** EKG signal iz baze u intervalu  $0 \leq t \leq 6$ , gdje je  $t$  vrijeme u s.



**Slika 5.1.2.** PPG signal iz baze u intervalu  $0 \leq t \leq 6$ , gdje je  $t$  vrijeme u s.



## 5.2. Rezultati simulacija korišćenjem predloženog algoritma

U nastavku slijede rezultati simulacija u MATLAB-u korišćenjem algoritma predstavljenog u prethodnom poglavlju (tabele 5.2.1. i 5.2.2.).

**Tabela 5.2.1.** Rezultati primjene formula za statističku analizu na EKG signale iz baze

ID EKG zapisa	TP	FN	FP	Se (%)	P (%)	Er (%)	Acc (%)	F
0015_8min	960	0	0	100	100	0	100	1
0016_8min	1012	0	0	100	100	0	100	1
0018_8min	1130	1	1	99.9116	99.9116	0.1770	99.8233	0.9991

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

0023_8min	818	0	0	100	100	0	100	1
0028_8min	588	0	0	100	100	0	100	1
0029_8min	546	0	0	100	100	0	100	1
0031_8min	539	0	0	100	100	0	100	1
0032_8min	685	0	0	100	100	0	100	1
0035_8min	900	0	1	100	99.8890	0.1111	99.8890	0.9994
0038_8min	956	0	0	100	100	0	100	1
0103_8min	826	0	0	100	100	0	100	1
0104_8min	911	1	0	99.8904	100	0.1098	99.8904	0.9995
0105_8min	529	1	2	99.8113	99.6234	0.5671	99.4361	0.9972
0115_8min	751	5	6	99.3386	99.2074	1.4647	98.5564	0.9927
0121_8min	579	0	0	100	100	0	100	1
0122_8min	588	0	0	100	100	0	100	1
0123_8min	699	7	11	99.0085	98.4507	2.5751	97.4895	0.9873
0125_8min	627	0	0	100	100	0	100	1
0127_8min	615	0	0	100	100	0	100	1
0128_8min	541	0	1	100	99.8155	0.1848	99.8155	0.9991
0133_8min	569	0	1	100	99.8246	0.1757	99.8246	0.9991
0134_8min	578	0	0	100	100	0	100	1
0142_8min	737	2	2	99.7294	99.7294	0.5427	99.4602	0.9973
0148_8min	624	0	0	100	100	0	100	1
0149_8min	457	0	0	100	100	0	100	1
0150_8min	511	0	0	100	100	0	100	1
0311_8min	555	0	1	100	99.8201	0.1802	99.8201	0.9991
0312_8min	432	0	0	100	100	0	100	1
0313_8min	588	0	0	100	100	0	100	1
0322_8min	586	3	4	99.4907	99.3220	1.1945	98.8196	0.9941
0325_8min	584	0	0	100	100	0	100	1
0328_8min	627	2	8	99.6820	98.7402	1.5949	98.4301	0.9921
0330_8min	599	0	2	100	99.6672	0.3339	99.6672	0.9983
0331_8min	538	0	0	100	100	0	100	1
0332_8min	589	0	0	100	100	0	100	1
0333_8min	559	0	0	100	100	0	100	1
0370_8min	587	0	0	100	100	0	100	1

**Tabela 5.2.2.** Rezultati primjene formula za statističku analizu na PPG signale iz baze

ID PPG zapisa	TP	FN	FP	Se (%)	P (%)	Er (%)	Acc (%)	F
0015_8min	960	0	0	100	100	0	100	1
0016_8min	101	3	2	97.1154	98.0583	4.9505	95.2830	0.9758
0018_8min	1124	2	3	99.8224	99.7338	0.4448	99.5571	0.9978
0023_8min	817	0	0	100	100	0	100	1
0028_8min	588	0	0	100	100	0	100	1
0029_8min	545	0	0	100	100	0	100	1
0032_8min	681	2	1	99.7072	99.8534	0.4405	99.5614	0.9978
0035_8min	898	1	1	99.8888	99.8888	0.2227	99.7778	0.9989
0038_8min	948	8	7	99.1632	99.2670	1.5823	98.4424	0.9922
0103_8min	827	0	0	100	100	0	100	1
0104_8min	911	0	0	100	100	0	100	1
0105_8min	524	3	5	99.4307	99.0548	1.5267	98.4962	0.9924
0115_8min	750	2	2	99.7340	99.7340	0.5333	99.4695	0.9973
0121_8min	580	0	0	100	100	0	100	1

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

0122_8min	587	1	0	99.8299	100	0.1704	99.8299	0.9991
0123_8min	714	1	0	99.8601	100	0.1401	99.8601	0.9993
0125_8min	626	0	0	100	100	0	100	1
0127_8min	615	0	1	100	99.8377	0.1626	99.8377	0.9992
0128_8min	540	0	0	100	100	0	100	1
0133_8min	568	0	0	100	100	0	100	1
0134_8min	577	1	0	99.8270	100	0.1733	99.8270	0.9991
0142_8min	738	1	0	99.8647	100	0.1355	99.8647	0.9993
0147_8min	519	0	2	100	99.6161	0.3854	99.6161	0.9981
0148_8min	623	0	0	100	100	0	100	1
0149_8min	458	0	0	100	100	0	100	1
0150_8min	508	3	4	99.4129	99.2188	1.3780	98.6408	0.9932
0309_8min	510	0	0	100	100	0	100	1
0311_8min	554	1	0	99.8198	100	0.1805	99.8198	0.9991
0312_8min	418	5	13	98.8180	96.9838	4.3062	95.8716	0.9789
0313_8min	587	0	0	100	100	0	100	1
0322_8min	589	0	0	100	100	0	100	1
0325_8min	582	3	2	99.4872	99.6575	0.8591	99.1482	0.9957
0328_8min	633	3	0	99.5283	100	0.4739	99.5283	0.9976
0329_8min	701	0	0	100	100	0	100	1
0330_8min	600	0	0	100	100	0	100	1
0331_8min	538	0	0	100	100	0	100	1
0332_8min	588	2	1	99.6610	99.8302	0.5102	99.4924	0.9975
0333_8min	556	4	0	99.2857	100	0.7194	99.2857	0.9964
0370_8min	564	13	13	97.7470	97.7470	4.6099	95.5932	0.9775

Kako se može vidjeti iz prethodnih tabela, algoritam za detekciju R, odnosno P *peak*-ova kod EKG i PPG signala korišćenjem *Hilbert*-ove transformacije predstavlja veoma pouzdan način determinisanja ovih veoma važnih tačaka kod pomenutih signala.

U tabeli 5.2.3. prikazane su sumarne vrijednosti za sve EKG i PPG signale.

**Tabela 5.2.3.** Sumarne vrijednosti svih parametara za sve EKG i PPG signale iz baze

EKG/ PPG	R/P <i>peak</i> total	TP Total	FN total	FP total	Se (%) avg.	P (%) avg.	Er (%) avg.	Acc (%) avg.	F avg.
EKG	24542	24520	22	40	99.9152	99.8379	0.249	99.7547	0.9988
PPG	24806	24747	59	57	99.6924	99.7047	0.613	99.4052	0.997

Tabela iznad dokazuje pouzdanost predloženog algoritma gdje je prosječna vrijednost parametara Se, P i Acc veća od 99%, dok stepen detekcione greške u prosjeku iznosi 0.249% za EKG, odnosno 0.613% za PPG signale. Svi parametri se kod predmetnih signala iz baze kreću u rasponu prikazanom u tabeli 5.2.4.

**Tabela 5.2.4.** Opseg vrijednosti statističkih parametara kod predmetnih EKG i PPG signala iz baze na koje je primijenjen prethodno opisani algoritam

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

EKG/PPG	Se (%)	P (%)	Er (%)	Acc (%)	F
EKG	99.0085 - 100	98.4507 - 100	0 - 2.5751	97.4895 - 100	0.9873 - 1.00
PPG	97.1154 - 100	96.9838 - 100	0 - 4.9505	95.283 - 100	0.9758 - 1.00

Još jedan parametar koji ćemo uzeti u razmatranje pri određivanju performansi predloženog algoritma je MHR (eng. *Mean Heart Rate*). MHR se računa prema formuli:

$$MHR = \frac{60}{mean(RR_u)} \quad (5.2.1.)$$

gdje je MHR srednja vrijednost učestanosti rada srčanog mišića u cjelokupnom EKG (PPG) signalu, dok je  $RR_u$  niz od vremenskih intervala između dva susjedna R (P) *peak*-a. Rezultati za EKG i PPG signale iz baze su prikazani u tabelama 5.2.5. i 5.2.6.

**Tabela 5.2.5.** *Mean heart rate* – MHR računat korišćenjem referentnih i detektovanih R *peak*-ova za EKG signale iz baze

ID EKG zapisa	MHR računat korišćenjem referentnih R <i>peak</i> -ova	MHR računat korišćenjem detektovanih R <i>peak</i> -ova pomoću predloženog algoritma	Razlika
0015_8min	120.0342	120.0342	0
0016_8min	126.4567	126.4567	0
0018_8min	141.2991	141.3	0.0009
0023_8min	102.2564	102.2564	0
0028_8min	73.5067	73.5067	0
0029_8min	68.2487	68.2487	0
0031_8min	67.3923	67.3923	0
0032_8min	85.5446	85.5446	0
0035_8min	112.5383	112.5719	0.0336
0038_8min	119.5327	119.5327	0
0103_8min	103.3367	103.3367	0
0104_8min	113.9043	113.9074	0.0031
0105_8min	66.24	66.3652	0.1252
0115_8min	94.8049	94.9318	0.1269
0121_8min	72.4457	72.4457	0
0122_8min	73.4679	73.4679	0
0123_8min	88.1875	88.6878	0.5003
0125_8min	78.3223	78.3223	0
0127_8min	76.8819	76.8819	0
0128_8min	67.5291	67.6541	0.1250
0133_8min	71.1215	71.2467	0.1252
0134_8min	72.1726	72.1726	0
0142_8min	92.4008	92.4008	0
0148_8min	77.9633	77.9633	0
0149_8min	57.187	57.187	0
0150_8min	63.8831	63.8831	0
0311_8min	69.4168	69.5421	0.1253
0312_8min	54.0006	54.0006	0
0313_8min	73.4617	73.4617	0
0322_8min	73.6401	73.7654	0.1253

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

0325_8min	73.0841	73.0841	0
0328_8min	78.3398	79.4741	1.1343
0330_8min	74.9895	75.1174	0.1279
0331_8min	67.2586	67.2586	0
0332_8min	73.677	73.677	0
0333_8min	69.9204	69.9204	0
0370_8min	73.4269	73.4269	0

**Tabela 5.2.6.** Mean heart rate – MHR računat korišćenjem referentnih i detektovanih P *peak*-ova za PPG signale iz baze

ID PPG zapisa	MHR računat korišćenjem referentnih P <i>peak</i> -ova	MHR računat korišćenjem detektovanih P <i>peak</i> -ova pomoću predloženog algoritma	Razlika
0015_8min	120.03	120.03	0
0016_8min	125.5895	125.7136	0.1241
0018_8min	140.7981	140.9232	0.1251
0023_8min	102.2642	102.2642	0
0028_8min	73.5036	73.5036	0
0029_8min	68.256	68.256	0
0032_8min	85.4173	85.292	0.1253
0035_8min	112.5337	112.5211	0.0126
0038_8min	119.5319	119.5114	0.0205
0103_8min	103.334	103.334	0
0104_8min	113.9114	113.9114	0
0105_8min	65.9865	66.2374	0.2509
0115_8min	94.4219	94.4219	0
0121_8min	72.4459	72.4459	0
0122_8min	73.4515	73.4505	0.0010
0123_8min	89.4513	89.326	0.1253
0125_8min	78.3175	78.3175	0
0127_8min	76.8878	77.013	0.1252
0128_8min	67.5269	67.5269	0
0133_8min	71.121	71.121	0
0134_8min	72.1746	72.1699	0.0047
0142_8min	92.4079	92.4041	0.0038
0147_8min	64.9625	65.2133	0.2508
0148_8min	77.9628	77.9628	0
0149_8min	57.1893	57.1893	0
0150_8min	63.8938	64.1356	0.2418
0309_8min	63.8778	63.8778	0
0311_8min	69.2991	69.2881	0.0110
0312_8min	52.7635	54.0114	1.2479
0313_8min	73.4627	73.4627	0
0322_8min	73.6401	73.6401	0
0325_8min	73.0873	73.0851	0.0022
0328_8min	79.4815	79.2217	0.2598
0329_8min	87.5985	87.5985	0
0330_8min	74.989	74.989	0
0331_8min	67.2511	67.2511	0
0332_8min	73.6721	73.6755	0.0034
0333_8min	69.9202	69.7003	0.2199
0370_8min	72.0646	72.1789	0.1143

# PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

Kako se može vidjeti iz priloženih tabela, razlike MHR-ova koji su računati od referentnih i detektovanih *peak*-ova (detektovanih pomoću predloženog algoritma) su jako male i kreću se u rasponu 0-1.1343 bpm za EKG, odnosno 0-1.2479 bpm za PPG, što je još jedan pokazatelj pouzdanosti i uspješnosti prezentovanog algoritma za detekciju karakterističnih tačaka EKG i PPG signala pomoću *Hilbert*-ove transformacije. Prosječna vrijednost razlike iznosi 0.069 i 0.084 bpm za EKG i PPG signale iz baze, respektivno.

## 5.3. Poređenje u odnosu na ostale algoritme

Na kraju ćemo izvršiti poređenje rezultata dobijenih pomoću prethodno opisanog algoritma sa drugim načinima i metodama. U tom smislu poređićemo naš algoritam sa sljedećim:

- *Pan-Tompkins, Hamilton-median* i *Sixt Power* (za EKG);[45]
- *Mountaineer's method for peak detection - MMPD, efficient and automatic systolic peak detection algorithm – EASPDA* i *robust beat-to-beat detection algorithm - RBTBDA* (za PPG). [46]-[48]

Poređenje će se raditi u odnosu na parametar *F-score* koji je opisan u prethodnoj glavi. (tabele 5.3.1. i 5.3.2.)

**Tabela 5.3.1.** Poređenje parametra *F-score* dobijenog pomoću predmetnog algoritma sa drugim algoritmima (EKG)

Algoritam (EKG)	F-score (%)
<b>Hilbert</b>	<b>99.8</b>
Pan-Tompkins	99.6
Hamilton-median	99.6
Sixt Power	99.7

**Tabela 5.3.2.** Poređenje parametra *F-score* dobijenog pomoću predmetnog algoritma sa drugim algoritmima (PPG)

Algoritam (PPG)	F-score (%)
<b>Hilbert</b>	<b>99.7</b>
MMPD	98.99
EASPDA	99.35
RBTBDA	84.35

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

Kako se može zaključiti iz gornjih tabela, algoritam prezentovan u ovom radu se pokazao uspješnijim u poređenju sa drugim.



## Zaključak

U ovom radu je predstavljen i detaljno opisan algoritam za detekciju karakterističnih tačaka EKG i PPG signala radi određivanja i izračunavanja veoma važnih parametara kao što su RR (IBI) raspodjela i broj otkucaja po minuti – BPM. Ova dva parametra su, pored ostalih, veoma važni za determinisanje opšteg stanja pacijenta.

U prvoj glavi je opisan sam pojam signala sa posebnim akcentom na biomedicinske signale kao veoma važnu podgrupu za razumijevanje procesa i funkcija u čovjekovom organizmu. Osim toga, dat je kratak pregled procesa prikupljanja i analize signala.

Druga glava se bavi pojmom EKG i PPG signala, odnosno njihovim izgledom i karakterističnim tačkama važnim za analizu i interpretaciju. Takođe je pojašnjen pojam HR-a (eng. *Heart Rate*) i njegova upotreba kod gore pomenutih signala.

Što se tiče treće glave, u njoj je predstavljena *Hilbert*-ova transformacija. Data je njena definicija, osnovne osobine, a takođe je opisana njena uloga i značaj pri obradi biomedicinskih signala, sa posebnim osvrtom na EKG i PPG signale.

U četvrtoj glavi predstavljen je algoritam za detekciju karakterističnih tačaka EKG i PPG signala. Izvršena je predobrada (eng. *preprocessing*) signala u vidu linearnog digitalnog filtriranja, a nakon toga su primijenjene *Shannon*-ova energija (zajedno sa *zero-phase* filtriranjem) i *Hilbert*-ova transformacija. Nakon detektovanja R (P) *peak*-ova determinisana je IBI (RR) raspodjela te je izvršeno poređenje sa referentnim vrijednostima pomenutih parametara. Takođe su definisani statistički parametri (senzitivnost - *Se*), pozitivna predvidljivost - *+P*, stepen detekcione greške - *DER*, parametar preciznosti – *Acc* i indeks uspješnosti - *F-score*) koji će se koristiti u evaluaciji uspješnosti algoritma u narednoj glavi.

Konačno, u petoj glavi je predstavljen eksperimentalni set EKG i PPG signala iz baze zajedno sa njihovim detaljima, kao i rezultati simulacija. Osim ranije navedenih statističkih parametara definisan je i korišćen je i *Mean Heart Rate* (MHR). Na osnovu sprovedene analize može se izvesti zaključak da je primjena *Hilbert*-ove transformacije izuzetno velika i da zauzima veoma važno mjesto u analizi i obradi biomedicinskih signala, što i pokazuju rezultati prezentovani u ovoj glavi. Na kraju je još izvršeno poređenje sa drugim algoritmima za detekciju gdje je potvrđena njena uspješnost i preciznost.

## Budući rad

Što se tiče budućeg rada, planiram da se i dalje bavim biomedicinskim signalima, prvenstveno EKG i PPG. Pod time podrazumijevam njihovu analizu, obradu kao i kreiranje algoritama za što preciznije i uspješnije izdvajanje njihovih karakteristika i određivanje parametara radi pouzdane analize stanja pacijenta.

## Literatura

- [1] Popović D., Medicinska merenja i instrumentacija, Akademska misao, Beograd 2014., ISBN 978-86-7466-494-0
- [2] Barros de Mello C.A., (Ed.) Biomedical Engineering, InTech, ISBN 978-953-307-013-1, 658 p., 2009.
- [3] Campolo D., (Ed.) New Developments in Biomedical Engineering, InTech, ISBN 978-953-7619-57-2, 724 pages, 2010.
- [4] Farina D., Jensen W., Akay M., (Eds.) Introduction to Neural Engineering for Motor Rehabilitation, ISBN 978-0-470-91673-5, 600 p. 2013, Wiley-IEEE Press
- [5] Fazel-Rezai R., (Ed.) Biomedical Engineering – From Theory to Applications, InTech ISBN 978- 953-307-637-9, 498 p., 2011.
- [6] Naik G.R., (Ed.) Recent Advances in Biomedical Engineering, In Tech, ISBN 978-953-307-004-9, 660 p., 2009., Chapters published October 1st, 2009.
- [7] Webster J.G., (Ed.) Medical Instrumentation: application and design, Fourth edition, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2009.
- [8] Ž. Đurović, B. Kovačević, Signali i sistemi, Akademska misao, 2007., ISBN 978-86-7466-294-6
- [9] Lj. Grujić, R. Lasić, Osnove automatskog upravljanja, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2007.
- [10] Z. Dobrosavljević, Lj. Milić, Uvod u digitalnu obradu signala, IV izdanje, Akademska misao 2009., ISBN 978-86-746-367-7
- [11] A.V. Oppenheim, Signals and Systems, Prentice Hall, 1997., (Digitized 7 Sep 2011.), ISBN 0138147574, 9780138147570
- [12] J. Semmlow, Signals and Systems for Bioengineers, 2<sup>nd</sup> Ed. A MATLAB-based Introduction (Biomedical Engineering), 2011., ISBN-13 978-0123849823 ISBN-10 0123849829
- [13] R. B. Northrop, Biomedical Engineering (Book 8), CRC Press, 2003., ISBN-10 0849315573, ISBN-13 978-0849315572
- [14] Popović D.B., Popović M.B., Janković M., Biomedicinska merenja i instrumentacija, Akademska misao, Beograd 2009., ISBN 978-86-7466-371-4
- [15] Bronzino J.D., Biomedical Engineering Handbook, 2. Izdanje, vol.1, CRC Press 2000

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

- [16] Webster J.G., *Medical Instrumentation: application and design*, Fourth edition, Wiley 2010.
- [17] Avolio A., The finger volume pulse and assessment of arterial properties, *Journal of Hypertension*. 2002;20(12):2341-3.
- [18] Reisner A., Shaltis P., McCombie D., Asada H., Utility of the photoplethysmogram in circulatory monitoring, *Anesthesiology*, 2008;108:950-8.
- [19] Asada H.H., Shaltis P., Reisner A., Sokwoo R., Hutchinson R.C., Mobile monitoring with wearable photoplethysmographic biosensors, *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 2003;22(3):28-40.
- [20] Chua C.P., Heneghan C., Continuous Blood Pressure Monitoring using ECG and Finger Photoplethysmogram, *The 28th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*; 2006.
- [21] Murray W., Foster P., The peripheral pulse wave: information overlooked, *Journal of Clinical Monitoring and Computing*, 1996;12:365-77.
- [22] Chua E., Redmond S., McDarby G., Heneghan C., Towards using photo-plethysmogram amplitude to measure blood pressure during sleep, *Annals of Biomedical Engineering*, 2010;38(3):945-54.
- [23] Awad A., Haddadin A., Tantawy H., Badr T., Stout R., Silverman D., et al., The relationship between the photoplethysmographic waveform and systemic vascular resistance, *Journal of Clinical Monitoring and Computing*, 2007;21(6):365-72.
- [24] Wang L., Pickwell-MacPherson E., Liang Y.P., Zhang Y.T., Noninvasive cardiac output estimation using a novel photoplethysmogram index. *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*; 2009.
- [25] Jubadi W.M., Mohd Sahak S.F.A., Heartbeat monitoring alert via SMS. *IEEE Symposium on Industrial Electronics & Applications*; 2009.
- [26] Lu S., Zaho H., Ju K., Shin K., Lee M., Shelly K., et al., Can photoplethysmography variability serve as an alternative approach to obtain heart rate variability information?, *Journal Clinical Monitoring and Computing*, 2008;22(1):23-9.
- [27] Takazawa K. T.N., Fujita M., Matsuoka O., Saiki T., Aikawa M., Tamura S., Ibukiyama C., Assessment of vasocative agents and vascular aging by the second derivative of photoplethysmogram waveform. *Hypertension*. 1998;32:365-70.
- [28] Rubins U., Grabovskis A., Grube J., Kukulis I., *Photoplethysmography Analysis of Artery Properties in Patients with Cardiovascular Diseases* Springer Berlin Heidelberg; 2008.
- [29] Millasseau S., Kelly R., Ritter J., Chowienczyk P., Determination of age-related increases in large artery stiffness by digital pulse contour analysis *Clinical Science*. 2002;103:371-7.
- [30] Campbell N.A. et al., *Biology*, 8th Ed., Person International Edition, San Francisco, ISBN 978-0-321-53616-7, 2008.
- [31] Međedović S., Maslić E., Hadžiselimović R., *Biologija 2*, Svjetlost, Sarajevo, ISBN 9958-10-222-6, 2002.
- [32] Korene Z., Hadžiselimović R., Maslić E., *Biologija 8*, Sarajevo: Svjetlost, ISBN 9958-10-396-6, 2001.

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

- [33] Mason Jay W., Ramseth Douglas J., Chanter Dennis O., Moon Thomas E., Goodman Daniel B., Mendzelevski Boaz, "Electrocardiographic reference ranges derived from 79,743 ambulatory subjects", *Journal of Electrocardiology*, **40** (3): 228–34., 2007.
- [34] U.S. National Library of Medicine - <https://medlineplus.gov/encyclopedia.html>
- [35] Fuster V., Wayne A.R., O'Rourke R.A., *Hurst's The Heart*, 10th International ed., New York: McGraw-Hill, 2001., ISBN 978-0071162968
- [36] Akay M., *Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering*, 6-Volume Set, Wiley-Interscience, USA, 2006.
- [37] Antoniou A., *Digital Filters: Analysis and Design*, New York, McGraw Hill, 1979.
- [38] Bronzino J.D., *Biomedical engineering handbook: Biomedical Engineering Fundamentals*, Third edition, Boca Raton (FL), CRC Press LLC, 2006.
- [39] R.N. Bracewell, *The Fourier Transform and its Applications*, McGraw-Hill, New York, 1978, pp. 267–274.
- [40] Analogic, *Universal waveform analyzer*, Application Note No. 301 (Advanced Math), Analogic Ltd., pp. I301-1–I301-5.
- [41] Klingspor M., *Hilbert transform: Mathematical theory and applications to signal processing*, November 19, 2015.
- [42] Abeysekera R.M.S.S., Bolton R.J., Westphal L.C. and Boashash B., *Patterns in Hilbert Transforms and Wigner-Wille Distributions of Electrocardiogram Data*, IEEE International Conference on ICASSP, 11 (1986), 1973- 1978.
- [43] Liang H., Lukkarinen S., Hartimo I., *Heart sound segmentation algorithm based on heart sound envelopogram*, IEEE Proc. Comp. Cardiol. 24 (1997) 105–108.
- [44] Manikandan M.S., Soman K.P., *A novel method for detecting R-peaks in electrocardiogram (ECG) signal*, Biomedical Signal Processing and Control 7 (2012), p. 118– 128
- [45] Liu F., Liu C., Jiang X., Zhang Z., Zhang Y., Li J.Weil S., *Performance Analysis of Ten Common QRS Detectors on different ECG Application Cases*, Hidawi - Journal of Healthcare Engineering (2018), Article ID 9050812, 8 pages
- [46] Foroozan F., Shu J., *Robust Beat-to-Beat Detection Algorithm for Pulse Rate Variability Analysis from Wrist Photoplethysmography Signals*, Analog Devices (2019)
- [47] Arguello-Prada E.J., *The mountaneer's method for peak detection in photoplethysmographic signals*, Revista Facultad de Ingeniería, Universidad de Antioquia No.90 (2019) pp. 42-50
- [48] Kuntamalla S., Reddy L. R. G., *An Efficient and Automatic Systolic Peak Detection Algorithm for Photoplethysmographic Signals*, International Journal of Computer Applications Volume 97– No.19 (2014), p. 18-23

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

[49] Stojanovic R., Knezevic S., Karadaglic D., Devedzic G., Optimization and implementation of the wavelet based algorithms for embedded biomedical signal processing, *Comput. Sci. Inf. Syst.* 10 (1), 502-523

[50] Stojanovic R., Asanin B., Karadaglic D., A fully digital approach in sensing and processing photoplethysmographic signal, 2nd International Conference on Biomedical Engineering and Informatics 1-4, 2009.

[51] Filipović N., Stojanović R., Debevc M., Devedžić G., Online ECG processing and visualization using Android smartphone, 2nd Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO), 93-96, 2013.

[52] Stojanovic R., Asanin B., Karadaglic D., A fully digital approach in sensing and processing photoplethysmographic signal

[53] Kubov V.I., Dymyrov Y.Y., Stojanović R., Kubova R.M., Škraba A., A Feasible IoT System for Monitoring PPG and ECG Signals by using Low-cost Systems-on-chips and HTML Interface, 9th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO), 1-4, 2020.

[54] Stojanović R., Čaplánová A., Kovačević Ž., Nemanja N., Bundalo Z., Alternative approach to addressing infrastructure needs in biomedical engineering programs (Case of emerging economies), *Folia Medica Facultatis Medicinae Universitatis Saraeviensis* 50 (1)

[55] Stojanovic R., Karadaglic D., A LED-LED-based photoplethysmography sensor, *Physiological Measurement* 28 (6), N19

[56] Janković D., Stojanović R., Flexible system for HRV analysis using PPG signal, *CMBEBIH* 2017, 705-712, 2017.

[57] Janković D., Prilog o razvoju fleksibilnih algoritama za detekciju karakterističnih tačaka EKG i PPG signala, specijalistički rad, Elektrotehnički fakultet – Podgorica, Univerzitet Crne Gore

[58] Janković D., Stojanović R., The case study of application Hilbert transform in ECG signal processing, *MENOnet Journal: Works in Progress in Embedded Computing (WiPiEC)*, Volume 7, Issue 2, 2021.

### Spisak tabela i slika

<b>Tabela 1.3.1.</b> Karakteristike nekih bioloških signala	Strana 11
<b>Tabela 2.3.1.</b> Normalne vrijednosti HR u stanju mirovanja za različite starosne grupe i fizičke spremnosti	Strana 20
<b>Tabela 5.1.1.</b> Baza EKG signala	Strana 66
<b>Tabela 5.1.2.</b> Baza PPG signala	Strana 67
<b>Tabela 5.2.1.</b> Rezultati primjene formula za statističku analizu na EKG signale iz baze	Strana 68
<b>Tabela 5.2.2.</b> Rezultati primjene formula za statističku analizu na PPG signale iz baze	Strana 69
<b>Tabela 5.2.3.</b> Sumarne vrijednosti svih parametara za sve EKG i PPG signale iz baze	Strana 70
<b>Tabela 5.2.4.</b> Opseg vrijednosti statističkih parametara kod predmetnih EKG i PPG signala iz baze na koje je primijenjen gore opisani algoritam	Strana 70
<b>Tabela 5.2.5.</b> <i>Mean heart rate</i> – MHR računat korišćenjem referentnih i detektovanih R <i>peak</i> -ova za EKG signale iz baze	Strana 71
<b>Tabela 5.2.6.</b> <i>Mean heart rate</i> – MHR računat korišćenjem referentnih i detektovanih P <i>peak</i> -ova za PPG signale iz baze	Strana 72
<b>Tabela 5.3.1.</b> Poređenje parametra F-score dobijenog pomoću predmetnog algoritma sa drugim algoritmima (EKG)	Strana 73
<b>Tabela 5.3.2.</b> Poređenje parametra F-score dobijenog pomoću predmetnog algoritma sa drugim algoritmima (PPG)	Strana 73
<b>Slika 1.2.1.</b> EMG signal kontaminiran EKG signalom (grafik na vrhu), EKG šum (grafik u sredini) i filtrirani EMG signal (grafik na dnu).	Strana 6
<b>Slika 1.2.2.</b> Mjerenje zasićenosti krvi kiseonikom pomoću pulsno oksimetra.	Strana 9
<b>Slika 1.3.1.</b> EKG signal kontaminiran šumom na 50 Hz i filtrirani EKG.	Strana 10
<b>Slika 1.3.2.</b> EKG signal kontaminiran EMG šumom.	Strana 10
<b>Slika 2.1.1.</b> <i>Wigger</i> -ovi dijagrami: zavisnost EKG signala, pritiska i zapremine krvi u lijevoj komori srca.	Strana 13
<b>Slika 2.1.2.</b> Karakterističan izgled jedne periode EKG signala.	Strana 13
<b>Slika 2.1.3.</b> Šematski prikaz EKG signala sa karakterističnim talasima i intervalima. Amplituda EKG signala je reda 1 mV, a trajanje RR intervala pri normalnom radu zdravog srca je 800 ms – 1 s.	Strana 15
<b>Slika 2.2.1.</b> Tipični izgled PPG talasa i njegovi karakteristični parametri, gdje su sa x i y označene amplitude sistolnog, odnosno dijastolnog <i>peak</i> -a, respektivno.	Strana 16
<b>Slika 2.2.2.</b> PPG signal uzet sa prsta. Sa A1 i A2 su obilježne površine ispod PPG signala razdvojene dikrotnim usjekom.	Strana 17
<b>Slika 2.2.3.</b> Dva susjedna PPG pulsa.	Strana 17
<b>Slika 2.2.4.</b> PPG signal i $\Delta T$ parametar.	Strana 18
<b>Slika 2.2.5.</b> PPG signal i promjene SI parametra u zavisnosti od godine starosti.	Strana 18
<b>Slika 2.3.1.</b> RR interval kod EKG signala.	Strana 21

PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

- Slika 3.1.1.** Česte smetnje pri snimanju EKG signala: (a) pomjeranje bazne linije, (b) interferencija sa 50 Hz, (c) interferencija EKG i EMG signala. Strana 22
- Slika 3.1.2.** Uopšteni dijagram akvizicije signala u cilju digitalnog procesiranja. Strana 25
- Slika 3.1.3.** Uticaj izbora frekvencije odabiranja  $\omega_s$  na signal čija je maksimalna frekvencija spektra  $\omega_b$ . *Fourier*-ova transformacija: A) originalnog signala, B) signala koji je odabiran sa  $\omega_s < 2\omega_b$  (dolazi do preklapanja), C) signala koji je odabiran frekvencijom  $\omega_s > 2\omega_b$ . Strana 26
- Slika 3.1.4.** Opšta blok šema digitalnog filtra. Izlazni signal  $y(n)$  se dobija primjenom  $T[\cdot]$  transformacije (koja predstavlja filter) na  $x(n)$ . Strana 29
- Slika 3.1.5.** Amplitudsko frekvencijska karakteristika realnog filtra propusnika niskih učestanosti. Strana 30
- Slika 3.2.3.1.** Segmenti u jednom pulsu EKG signala. Strana 33
- Slika 3.2.3.2.** Grafik  $x(t) = \sin(t)$  i njegova *Hilbert*-ova transformacija  $H[x(t)] = -\cos(t)$  u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ . *Hilbert*-ova transformacija funkcije  $x(t) = \sin(t)$  je dobijena numeričkim putem. Strana 33
- Slika 3.2.3.3.** Grafik funkcije  $x(t) = \sin(t)$  u odnosu na *Hilbert*-ovu transformaciju  $H[x(t)] = -\cos(t)$  u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ . Kako je i očekivano, grafik je jedinični krug. *Hilbert*-ova transformacija funkcije  $x(t) = \sin(t)$  je dobijena numeričkim putem. Strana 34
- Slika 3.2.3.4.** Grafik  $u(t)$  i  $H[u(t)]$ . Ovdje je  $u(t)$  ustvari deformisani sinusni talas dobijen numeričkim putem u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ . *Hilbert*-ova transformacija  $H[u(t)]$  je takođe dobijena numeričkim putem. Strana 34
- Slika 3.2.3.5.** Grafik funkcije  $u(t)$  u odnosu na *Hilbert*-ovu transformaciju  $H[u(t)]$  u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ . Obje funkcije su dobijene numeričkim putem i kako se može primijetiti grafik je malo deformisani, odnosno pomjereni krug. Strana 35
- Slika 3.2.3.6.** Grafik funkcije  $x(t) = \sin(t)$  (gore) i grafik funkcije  $\sin(t)$  u odnosu na  $H[\sin(t)]$  (dolje) u intervalu  $0 \leq t \leq 2\pi$ . Ova dva grafika su postavljena jedno uz drugo da bi se pokazala orijentacija zatvorene kružne petlje. Ovi grafici potvrđuju da je orijentacija zaista u smjeru suprotnom od kazaljke na satu, što je dokazano i analitički. Strana 35
- Slika 3.2.3.7.** Grafik EKG signala  $ECG(t)$  u intervalu  $0 \leq t \leq 5$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . Prikazano je 9 QRS kompleksa predstavljenih pomoću *peak*-ova najviših amplituda. Drugi najveći *peak*-ovi koji se pojavljuju nakon QRS kompleksa su T talasi, dok su treći najveći *peak*-ovi P talasi i oni prethode QRS-u. Strana 37
- Slika 3.2.3.8.** Grafik EKG signala  $ECG(t)$  i njegove *Hilbert*-ove transformacije  $H[ECG(t)]$  u intervalu  $0 \leq t \leq 5$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . *Hilbert*-ova transformacija u blizini *peak*-ova EKG signala podsjeća na funkciju  $1/t$ . Strana 37
- Slika 3.2.3.9.** Grafik niza funkcija  $f_n(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{n}{\pi}} e^{-nt^2/4}$  u intervalu  $-1 \leq t \leq 1$  za  $n=10$ ,  $n=100$  i  $n=1000$ . Kako  $n$  raste,  $f_n(t)$  sve više liči na puls. Analitički  $f_n(t) \rightarrow \delta(t)$  u smislu raspodjele kada  $n \rightarrow \infty$ . Strana 37
- Slika 3.2.3.10.** Grafik funkcije  $H[f_n(t)] = H[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{n}{\pi}} e^{-nt^2/4}]$  u intervalu  $-1 \leq t \leq 1$  za  $n=10$ ,  $n=100$  i  $n=1000$ . *Hilbert*-ova transformacija je za svaku  $f_n(t)$  dobijena numeričkim putem. Kako  $n$  raste,  $H[f_n(t)]$  sve više podsjeća na funkciju  $1/t$ . Strana 38
- Slika 3.2.3.11.** Grafik  $ECG(t)$  u odnosu na  $H[ECG(t)]$  u intervalu  $0 \leq t \leq 5$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . Ukoliko se pogleda pažljivo, mogu se uočiti 9 petlji koje okružuju koordinatni početak (crvena zvjezdica). Strana 39
- Slika 3.2.3.12.** Grafik  $ECG(t)$  u intervalu  $0.3 \leq t \leq 0.8$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . Tačno jedan *peak* (QRS kompleks) se nalazi u okviru ovog intervala. Strana 39

## PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

**Slika 3.2.3.13.** Grafik  $ECG(t)$  u odnosu na  $H[ECG(t)]$  u intervalu  $0.3 \leq t \leq 0.8$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . U okviru ovog intervala se može uočiti tačno jedna petlja na grafiku koja zatvara koordinatni početak (crvena zvjezdica). Strana 40

**Slika 3.2.3.14.** Grafik  $QRS(t) = ECG(t) \cdot \lambda_{[0.45, 0.52]}$  u intervalu  $0.3 \leq t \leq 0.8$  gdje je QRS kompleks izdvojen iz EKG pulsa na način što je ostatak pulsa (sve ono što nije QRS kompleks) stavljen na 0. Kako se može uočiti, QRS kompleks podsjeća na deformisani sinusni talas. Strana 40

**Slika 3.2.3.15.** Grafik  $QRS(t)$  u odnosu na  $H[QRS(t)]$  u intervalu  $0.3 \leq t \leq 0.8$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . U okviru ovog intervala se može uočiti tačno jedna petlja na grafiku koja zatvara koordinatni početak (crvena zvjezdica), bez "suvišnih" manjih krugova oko istog. Ovo znači da analitičko proširenje  $QRS(t)$  odgovara jednoj glavnoj petlji koja zatvara koordinatni početak. Strana 41

**Slika 3.2.3.16.** Grafik greške  $|H[QRS(t)] + H[r(t)] - H[ECG(t) \cdot \lambda_{[0.3, 0.8]}]|$  i  $|H[QRS(t) + r(t) - ECG(t) \cdot \lambda_{[0.3, 0.8]}]|$ . S obzirom da je greška mala, linearnost *Hilbert*-ove transformacije je dokazana. Strana 41

**Slika 3.2.3.17.** Grafik izdvojenog pulsa EKG signala sa nižim QRS kompleksom u odnosu na T talas. Strana 42

**Slika 3.2.3.18.** Grafik  $ECG(t)$  u odnosu na  $H[ECG(t)]$  kod EKG signala sa sa nižim QRS kompleksom u odnosu na T talas. Strana 42

**Slika 3.2.3.19.** Grafik PPG signala  $PPG(t)$  u intervalu  $222.5 \leq t \leq 227.5$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . Sa njega se jasno uočavaju 6 *peak*-ova od kojih svaki predstavlja PPG puls. Strana 42

**Slika 3.2.3.20.** Grafik PPG signala  $PPG(t)$  i njegove *Hilbert*-ove transformacije  $H[PPG(t)]$  u intervalu  $222.5 \leq t \leq 227.5$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . *Hilbert*-ova transformacija u blizini *peak*-ova PPG signala podsjeća na funkciju  $1/t$ , slično kao i kod EKG signala  $ECG(t)$ . Strana 43

**Slika 3.2.3.21.** Grafik  $PPG(t)$  u odnosu na  $H[PPG(t)]$  u intervalu  $222.5 \leq t \leq 227.5$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . Ukoliko se pogleda pažljivo, mogu se uočiti 6 petlji koje okružuju koordinatni početak (crvena zvjezdica). Strana 44

**Slika 3.2.3.22.** Grafik  $P(t)$  u intervalu  $222.5 \leq t \leq 223.4$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . Tačno jedan *peak* (PPG puls) se nalazi u okviru ovog intervala. Strana 44

**Slika 3.2.3.23.** Grafik  $H[P(t)]$  u odnosu na  $P(t)$  u intervalu  $222.5 \leq t \leq 223.4$ , gdje je  $t$  vrijeme u  $s$ . U okviru ovog intervala se može uočiti tačno jedna petlja na grafiku koja zatvara koordinatni početak (crvena zvjezdica). Strana 44

**Slika 3.2.3.24.** Još jedan primjer PPG pulsa  $P(t)$  i njegova *Hilbert*-ova transformacija  $H[P(t)]$ . Strana 45

**Slika 4.1.1.1.** Amplitudski i frekvencijski odzivi *Chebyshev*-og filtra propusnika učestanosti tipa I osmog reda za opseg frekvencija  $0,5 \text{ Hz} - 16 \text{ Hz}$ . Strana 46

**Slika 4.1.1.2.** Eliminacija šuma kod EKG signala pomoću *Chebyshev*-og filtra. Strana 46

**Slika 4.1.1.3.** Eliminacija šuma kod PPG signala pomoću *Chebyshev*-og filtra. Strana 47

**Slika 4.1.1.4.** Diferencirani EKG signal (gore) i njegovo poređenje sa filtriranim EKG signalom (dolje). Strana 48

**Slika 4.1.1.5.** Diferencirani PPG signal (dolje) i njegovo poređenje sa filtriranim PPG signalom (gore). Strana 48

**Slika 4.1.1.6.** Normalizovani EKG signal (gore) i njegovo poređenje sa diferenciranim EKG signalom (dolje). Strana 48

**Slika 4.1.1.7.** Normalizovani EKG signal i njegovo poređenje sa originalnim EKG signalom. Strana 49

**Slika 4.1.1.8.** Normalizovani PPG signal i njegovo poređenje sa diferenciranim PPG signalom. Strana 49

**Slika 4.1.1.9.** Normalizovani PPG signal i njegovo poređenje sa originalnim PPG signalom. Strana 50

**Slika 4.1.2.1.** Različite metode određivanja anvelope normalizovanog EKG signala. Strana 50

**Slika 4.1.2.2.** Različite metode određivanja anvelope normalizovanog PPG signala. Strana 51



PRIMJENA HILBERTOVE TRANSFORMACIJE U DETEKCIJI KARAKTERISTIČNIH  
TAČAKA EKG I PPG SIGNALA

- Slika 4.1.2.3.** Uticaj *zero-phase* filtriranja na EKG signal modifikovan pomoću *Shannon*-ove energije – prije (gore) i nakon filtriranja (dolje). Strana 52
- Slika 4.1.2.4.** Uticaj *zero-phase* filtriranja na PPG signal modifikovan pomoću *Shannon*-ove energije – prije (dolje) i nakon filtriranja (gore). Strana 52
- Slika 4.2.1.** Grafik funkcije  $u(t)$  i njegove *Hilbert*-ove transformacije  $H[u(t)]$ . Strana 56
- Slika 4.2.2.** Efikasnost *Hilbert*-ove transformacije u pronalaženju *peak*-ova kod EKG signala za različite anvelope: (a) normalni EKG sa malim varijacijama amplituda *peak*-ova i RR intervalom 0.55 s sa rezultatima detekcije; (b) abnormalni EKG signal sa velikim varijacijama amplituda *peak*-ova i RR intervalom 0.55 s sa rezultatima detekcije; (c) nakon odstranjivanja niskofrekventnog drifta sa rezultatima detekcije. Strana 57
- Slika 4.2.3.** Rezultat odstranjivanja niskofrekventnog drifta kod EKG (gore) i PPG signala (dolje). Strana 58
- Slika 4.2.4.** *Zero-crossing* tačke (crvena zvijezda) za EKG (gore) i PPG (dolje) signal. Strana 59
- Slika 4.2.5.** Referentni *peak*-ovi i IBI raspodjela za prvih 6 s EKG signala. Strana 60
- Slika 4.2.6.** IBI raspodjela za čitav EKG signal za referentne *peak*-ove. Strana 60
- Slika 4.2.7.** Referentni *peak*-ovi i IBI raspodjela za prvih 6 s PPG signala. Strana 61
- Slika 4.2.8.** IBI raspodjela za čitav PPG signal za referentne *peak*-ove. Strana 61
- Slika 4.2.9.** Detektovani *peak*-ovi i IBI raspodjela za prvih 6 s EKG signala. Strana 61
- Slika 4.2.10.** IBI raspodjela za čitav EKG signal za detektovane *peak*-ove. Strana 62
- Slika 4.2.11.** Detektovani *peak*-ovi i IBI raspodjela za prvih 6 s PPG signala. Strana 62
- Slika 4.2.12.** IBI raspodjela za čitav PPG signal za detektovane *peak*-ove. Strana 62
- Slika 4.3.1.** Poređenje referentnih *peak*-ova (ljubičasta zvjezdica) i onih dobijenih detekcijom pomoću predloženog algoritma (plavi kružić) kod EKG signala (prvih 6 s). Strana 64
- Slika 4.3.2.** Poređenje referentnih *peak*-ova (ljubičasta zvjezdica) i onih dobijenih detekcijom pomoću predloženog algoritma (plavi kružić) kod EKG signala (čitav signal). Strana 64
- Slika 4.3.3.** Poređenje referentnih *peak*-ova (ljubičasta zvjezdica) i onih dobijenih detekcijom pomoću predloženog algoritma (plavi kružić) kod PPG signala (prvih 6 s). Strana 65
- Slika 4.3.4.** Poređenje referentnih *peak*-ova (ljubičasta zvjezdica) i onih dobijenih detekcijom pomoću predloženog algoritma (plavi kružić) kod PPG signala (čitav signal). Strana 65
- Slika 5.1.1.** EKG signal iz baze u intervalu  $0 \leq t \leq 6$ , gdje je  $t$  vrijeme u s. Strana 68
- Slika 5.1.2.** PPG signal iz baze u intervalu  $0 \leq t \leq 6$ , gdje je  $t$  vrijeme u s. Strana 68

Ime i prezime autora: Danilo Janković, Spec. Sci

## **E T I Č K A I Z J A V A**

U skladu sa članom 22 Zakona o akademskom integritetu i članom 24 Pravila studiranja na postdiplomskim studijama, pod krivičnom i materijalnom odgovornošću, izjavljujem da je magistarski rad pod naslovom

**"Primjena Hilbertove transformacije u detekciji karakterističnih tačaka EKG i PPG signala"**

moje originalno djelo.

**Podnosilac izjave,  
Danilo Janković, Spec. Sci**

U Podgorici, dana 19.11.2021. godine